MINISTÉRIO DA AERONÁUTICA

DEPARTAMENTO DE PESQUISAS E DESENVOLVIMENTO

CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

CONCURSO DE ADMISSÃO

1978

EXAME DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

01. A duração da prova é de 3h30min.(três horas e meia).
02. A prova de Matemática consta de 20(vinte) questões de múltipla escolha.
03. Só há uma resposta certa em cada questão.
04. NÃO DEIXE DE RESPONDER NENHUMA QUESTÃO. QUANDO EM DÚVIDA, ASSINALE A RESPOSTA QUE LHE PARECER MAIS CORRETA.
05. Questões não respondidas ocasionam rejeição do cartão pelo computador, podendo prejudicar o candidato.
06. Assinale com um traço de lápis o espaço correspondente a cada questão, na Folha de Respostas.
07. Verificando algum engano na Folha de Respostas poderá corrigí-lo usando borracha macia. Ao passar da Folha de Respostas para o cartão IBM, preencha fortemente todo o espaço correspondente à alternativa de cada questão, apenas com lápis nº 1.
08. O agente fiscal fornecerá papel para rascunho, o qual não será considerado na correção da prova.
09. Não será permitido o uso de tabelas, régua de cálculo, máquina de calcular, apontamentos, formulários e outros papéis a não ser o fornecido pelo fiscal.
10. O caderno de questões contém páginas numeradas de 1 a 11.
11. N.D.A. significa "nenhuma das respostas anteriores".
12. Indicaremos por R o conjunto dos números reais.
13. Vamos designar o limite: $\lim_{x \to \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = 2,71828..$ pela letra e.
14. $\log_e$ significa logaritmo neperiano, isto é, na base e.
15. Rez e Imz significam a parte real e imaginária do número complexo z respectivamente.
16. Denotaremos o módulo de um número x por $|x|$.
17. Lidas as presentes instruções e preenchido o cabeçalho da folha de respostas aguarde ordem do fiscal para iniciar o exame.

1. Quais as sentenças falsas nos itens abaixo?

I) Se dois planos são secantes, todas as retas de um deles sempre interceptam o outro plano.

II) Se em dois planos, num deles existem duas retas distintas paralelas ao outro plano, os planos são sempre paralelos.

III) Em dois planos paralelos, todas as retas de um são paralelas ao outro plano.

IV) Se uma reta é paralela a um plano, em tal plano existe uma infinidade de retas paralelas àquela reta.

V) Se uma reta é paralela a um plano, será paralela a todas as retas do plano.

(A) I; II; III.

(B) I; II; V.

(C) I; III; IV.

(D) II; III; IV.

(E) N.D.A.

2. Examinando o sistema abaixo

$$\begin{cases} 5x + 4y - 2z = 0 \\ x + 8y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

podemos concluir que:

(A) O Sistema é determinado.

(B) O Sistema é indeterminado com 2 incógnitas arbitrárias.

(C) O Sistema é indeterminado com 1 (uma) incógnita arbitrária.

(D) O Sistema é impossível.

(E) N.D.A.

3. O lugar geométrico, no plano complexo, representado pela equação:

$z\bar{z} - z_0\bar{z} - \bar{z}_0 z + k = 0$, onde k é um número real positivo e $|z_0^2| > k$, é:

(A) uma hipérbole com centro z_0.

(B) uma elípse com um dos focos em z_0.

(C) uma circunferência com centro em z_0.

(D) uma parábola com vértice em z_0.

(E) N.D.A.

4. Sejam R o conjunto dos números reais e f uma função de R em R. Se $B \subset R$ e o conjunto $f^{-1}(B) = \{x \in R;\ f(x) \in B\}$, então:

(A) $f(f^{-1}(B)) \subset B$

(B) $f(f^{-1}(B)) = B$ se f é injetora.

(C) $f(f^{-1}(B)) = B$

(D) $f^{-1}(f(B)) = B$ se f é sobrejetora.

(E) N.D.A.

5. Sejam r_1 e r_2, respectivamente, as características das matrizes incompleta e completa, do sistema abaixo:

$$\begin{cases} 3x + 2y + Kz = 3 \\ x + y + z = 2 \\ -x - y + Kz = 0; \end{cases}$$

e $M = (K + r_1 + r_2)^2$.

Quais as condições sobre $\underline{M}$ e $\underline{K}$, de modo que o sistema acima admita solução única ?

(A) $M = 25$ e $K = -1$

(B) $M \neq 25$ e $K = -1$

(C) $M \neq 25$ e $K \neq -1$

(D) $M = 25$ e $K \neq -1$

(E) N.D.A.

6. Seja $f(x)$ uma função real de variável real. Se para todo x no domínio de f temos $f(x) = f(-x)$, dizemos que a função é par; se, no entanto, temos $f(x) = -f(-x)$, dizemos que a função é ímpar.

Com respeito à função $g(x) = \ell og_e \left[\operatorname{sen} x + \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 x} \right]$,

podemos afirmar que:

(A) está definida apenas para $x \geq 0$.

(B) é uma função que não é par nem ímpar.

(C) é uma função par.

(D) é uma função ímpar.

(E) N.D.A.

7. Sejam a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, k é real, e $k \neq \frac{1}{2}$, e a progressão geométrica $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ de razão $q > 0$, $a_i = q^{i-1} \det A$,

$i = 1,2,3,\ldots,n$. Se $a_3 = \det B$, com $B = \begin{bmatrix} 1/3 & k/3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ e a soma dos 16(dezesseis) primeiros termos desta progressão geométrica é igual $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}$, podemos dizer que:

(A) $k = 1 - 3^{-8}$.

(B) k é um número negativo.

(C) $k = 1 + 3^{-8}$.

(D) $k \geq 0$.

(E) N.D.A.

8. Seja a uma constante real. Eliminando Θ das equações abaixo:

$$\begin{cases} x.\mathrm{sen}\Theta + y.\cos\Theta = 2a.\mathrm{sen}2\Theta \\ x.\cos\Theta - y.\mathrm{sen}\Theta = a.\cos2\Theta \end{cases}$$

Obtemos:

(A) $(x + y)^{2/3} + (x - y)^{2/3} = 2a^{2/3}$.

(B) $(x - y)^{2/3} - (x - y)^{2/3} = 2a^{2/3}$.

(C) $(x + y)^{2/3} + (y - x)^{2/3} = a^{2/3}$.

(D) $(x + y)^{2/3} + (x - y)^{2/3} = \frac{a^{2/3}}{2}$.

(E) N.D.A.

9. Sejam P um ponto interior de um triângulo equilátero MNQ de lado 2λ, $\overline{PA} = x$, $\overline{PB} = y$, $\overline{PC} = z$ as respectivas distâncias do ponto P aos lados $\overline{MN}$, $\overline{MQ}$ e $\overline{NQ}$ e $xy = xz = yz = \lambda^2/9$. Então, o valor de $x^2 + y^2 + z^2$ é:

(A) $3\ \lambda^2/2$.

(B) $5\ \lambda^2/4$.

(C) $7\ \lambda^2/3$.

(D) impossível de ser obtido, pois a posição do ponto P não está determinada no triângulo.

(E) N.D.A.

10. Seja z um número complexo. Se $z + \frac{1}{z}$ é um número real, então podemos afirmar:

(A) $z \neq 0$ e $\text{Re}z \geq 0$.

(B) $\text{Im}z = 0$ ou $|z| = 1$.

(C) é necessariamente um número real.

(D) $z^2 = -1$.

(E) N.D.A.

11. Seja $f(x) = a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_o$, onde

$a_m, a_{m-1}, \ldots, a_1, a_o$ são reais e $a_m \neq 0$ e $a_o \neq 0$.

Se $f(1)$ é solução real da equação

$$2^{x-3} + 2^{x-4} = 2^{x-2} - 2^{x-1} + 14$$

e $f(-1) = 2f(1)$ e $a_o = 2f(-1)$, então podemos afirmar :

(A) f(x) tem somente raízes reais positivas.

(B) f(x) tem somente raízes negativas.

(C) f(x) tem somente raízes reais inteiras.

(D) f(x) não tem raízes reais inteiras.

(E) N.D.A.

12. Se numa esfera de raio R, circunscrevemos um cone reto cuja geratriz é igual ao diâmetro da base, então a expressão do volume deste cone em função do raio da esfera, é dado por:

(A) $3\pi R^3$.

(B) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\pi R^3$.

(C) $3\sqrt{3}\pi R^3$.

(D) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi R^3$

(E) N.D.A.

13. Sejam $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_6$ raízes do polinômio

$$P(x) = 6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6,$$

então:

(A) $P(x)$ admite mais de duas raízes negativas.

(B) $\sum_{j=1}^{6} x_j > \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{x_j}$

(C) $P(x)$ admite duas raízes irracionais.

(D) $\sum_{j=1}^{6} x_j = 0$ pois $P(x) = 0$ é uma equação recíproca.

(E) N.D.A.

14. Se $a > 1$, o valor real de m para o qual a equação

$$x^3 - 9x^2 + (\ell og_e a^m + 8)x - \ell og_e a^m = 0$$

tenha raízes em progressão aritmética, é dado por:

(A) $m = \ell og_e a - 8$ ou $m = -9a$.

(B) $m = \ell og_e a - 9$.

(C) $m = 15/\ell og_e a$.

(D) $m = -\frac{9}{8}\ell og_e a$

(E) N.D.A.

15. Os catetos $\underline{b}$ e $\underline{c}$ de um triângulo retângulo de altura h(relativa à hipotenusa), são dados pelas seguintes expressões:

$$b = \sqrt{k + \frac{1}{k}} \qquad \text{e} \qquad c = \sqrt{k - \frac{1}{k}}$$

onde k é um número real maior que 1. Então o valor de h em função de k é:

(A) $\dfrac{\sqrt{k^2 - 1}}{2k}$

(B) $\dfrac{k^2 - 1}{k^2 - 2}$

(C) $\dfrac{\sqrt{1 + k^2}}{-1 - k^2}$

(D) $\dfrac{\sqrt{2(k^2 - 1)}}{2k}$

(E) N.D.A.

16. Sejam $y = F(x) = a^x$ $(a > 0, a \neq 1)$ uma função real de variável real e, $x = x_n$ $(n = 1,2,3,4,...)$ uma progressão aritmética de razão $r > 0$.

Nestas condições, uma das alternativas abaixo é correta:

(A) $y_n = F(x_n), (n = 1,2,3,....)$ constitui uma progressão aritmética de razão, a^r.

(B) $y_n = F(x_n), (n = 1,2,3,...)$ é uma progressão geométrica de razão, $- a^r$.

(C) $y_n = F(x_n), (n = 1,2,3,...)$ não é progressão aritmética e nem progressão geométrica.

(D) $y_n = F(x_n), (n = 1,2,3,...)$ é uma progressão geométrica de razão $q > 1$, se admitirmos que $a < 1$.

(E) N.D.A.

17. Consideremos a função real de variável real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 1, & \text{se } x \leq 2 \\ \dfrac{1}{x-2}, & \text{se } 2 < x \leq 3 \\ 2x - 5, & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Se $a = \log_2 1024$ e $x_0 = a - 6$, então o valor da função $f(x)$ no ponto x_0, $f(x_0)$, é dado por:

(A) $f(x_0) = 1$

(B) $f(x_0) = 2$

(C) $f(x_0) = 3$

(D) $f(x_0) = \frac{1}{8}$

(E) N.D.A.

18. Qual das funções definidas abaixo é bijetora ?

Obs.: $R^+ = \{ x \in R \; ; \; x \geq 0 \}$ e $[a,b]$ é o intervalo fechado.

(A) $f: R \to R^+$ tal que $f(x) = x^2$.

(B) $f: R^+ \to R^+$ tal que $f(x) = x + 1$.

(C) $f: [1,3] \to [2,4]$ tal que $f(x) = x + 1$

(D) $f: [0,2] \to R$ tal que $f(x) = \text{sen} x$

(E) N.D.A.

19. A soma de todos os valores de x que satisfazem à identidade abaixo

$$9^{x-1/2} - \frac{4}{3^{1-x}} = -1, \quad \text{é:}$$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) N.D.A.

20. Seja o triângulo de vértices A:(1,2); B:(2,4) e C:(4,1), no sistema de coordenadas cartesianas ortogonais.

A distância do ponto de encontro das alturas desse triângulo ao lado AC, é:

(A) $\frac{9 \cdot \sqrt{10}}{70}$

(B) $\frac{9}{70}$

(C) $8\sqrt{10}$

(D) $3\sqrt{3}$

(E) N.D.A.