MINISTÉRIO DA AERONÁUTICA

DEPARTAMENTO DE PESQUISAS E DESENVOLVIMENTO

CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

CONCURSO DE ADMISSÃO - 1977

EXAME DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

1. A duração da prova é de 4 (quatro) horas.
2. A prova de Matemática consta de 25 questões de múltipla escolha.
3. Só há uma resposta certa em cada questão.
4. NÃO DEIXE DE RESPONDER NENHUMA QUESTÃO. QUANDO EM DÚVIDA, ASSINALE A RESPOSTA QUE LHE PARECER MAIS CORRETA.
5. Questões não respondidas ocasionam rejeição do cartão pelo computador, podendo prejudicar o candidato.
6. Assinale com um traço curto e forte de lápis o espaço correspondente a cada questão, na folha de respostas.
7. Verificando algum engano nas respostas poderá corrigí-la usando borracha macia.
8. O agente fiscal fornecerá papel para rascunho, o qual não será considerado na correção da prova.
9. Não será permitido o uso de tabelas, régua de cálculo, máquina de calcular, apontamentos, formulários e outros papéis a não ser os fornecidos pelo fiscal.
10. O caderno de questões contém páginas numeradas de 1 a 8.
11. N.D.A significa "nenhuma das respostas anteriores".
12. Indicaremos por R o conjunto dos números reais.
13. Vamos designar o limite:

    $$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = 2,71828\ldots$$ pela letra e.
14. log x significa logarítmo neperiano de x, isto é, na base e..
15. $A_{m,k}$ é o número de arranjos simples de m elementos tomados k a k.
16. Denotaremos o módulo de um número x por $|x|$.
17. Denotaremos o comprimento de um segmento de reta AB por $\overline{AB}$.
18. Lidas as presentes instruções e preenchido o cabeçalho da folha de respostas aguarde ordem do fiscal para iniciar o exame.

QUESTÕES DE MATEMÁTICA

1. Se $P(x)$ é um polinômio do 5º grau que satisfaz as condições $1 = P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5)$ e $P(6) = 0$, então temos:

A) $P(0) = 4$ B) $P(0) = 3$ C) $P(0) = 9$ D) $P(0) = 2$ E) N.D.A

2. Se S é a área total de um cilindro reto de altura h, e se m é a razão direta entre a área lateral e a soma das áreas das bases, então o valor de h é dado por:

A) $h = m\sqrt{\dfrac{S}{2\pi(m+1)}}$ C) $h = m\sqrt{\dfrac{S}{2\pi(m+2)}}$ E) N.D.A

B) $h = m\sqrt{\dfrac{S}{4\pi(m+2)}}$ D) $h = m\sqrt{\dfrac{S}{4\pi(m+1)}}$

3. Seja R o corpo dos números reais. Em relação à equação $5x^3 - 15x^2 - 15x - 20 = 0$, $x \in R$, podemos afirmar que:

A) Não tem solução inteira
B) Tem somente uma solução
C) Tem somente duas soluções distintas
D) Tem três soluções distintas
E) N.D.A

4. Considere um triângulo retângulo inscrito em uma circunferência de raio R tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa vale R/m $(m \geq 1)$. Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um de seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa, é dado por:

A) $\dfrac{2}{3}\pi R^3 \left(\dfrac{m-1}{m}\right)^2$ C) $\dfrac{2}{3}\pi R^3 \left(\dfrac{m+1}{m}\right)^2$ E) N.D.A

B) $\dfrac{2}{3}\pi R^3 \left(1 - \left(\dfrac{m+1}{m}\right)^2\right)$ D) $\dfrac{2}{3}\pi R^3 \left(1 + \left(\dfrac{m-1}{m}\right)^2\right)$

5. Seja $D = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \log \frac{n\pi}{2},\ n = 1, 2, 3, \ldots \}$. Com respeito à função $f : D \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(3e^x)}{\operatorname{sen} e^x} - \frac{\cos(3e^x)}{\cos e^x}$, podemos afirmar que :

A) $f(x) = 2$ para todo x em D
B) $f(x) = 3$ para todo x em D
C) $f(x) = e^3$ para todo x em D
D) $f(x)$ não é constante em D
E) N.D.A

6. Consideremos m elementos distintos. Destaquemos k dentre eles. Quantos arranjos simples daqueles m elementos tomados n a n $(A_{m,\,n})$ podemos formar, de modo que em cada arranjo haja sempre, contíguos e em qualquer ordem de colocação, r ($r < n$) dos k elementos destacados?

A) $(n - r - 1)\ A_{k,\,r}\ A_{m-k,\,n-r}$
B) $(n - r + 1)\ A_{k,\,r}\ A_{m-r,\,n-k}$
C) $(n - r - 1)\ A_{k,\,r}\ A_{m-r,\,n-k}$
D) $(n - r + 1)\ A_{k,\,r}\ A_{m-k,\,n-r}$
E) N.D.A

7. Seja p um plano. Sejam A, B, C e D pontos de p e M um ponto qualquer não pertencente a p. Então:

A) Se C dividir o segmento AB em partes iguais e $\overline{MA} = \overline{MB}$, então o segmento MC é perpendicular a p.

B) Se ABC for um triângulo equilátero e D for equidistante de A, B e C, então o segmento MD é perpendicular a p.

C) Se ABC for um triângulo equilátero e D for equidistante de A, B e C, então $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$ implica em que o segmento MD é perpendicular a p.

D) Se ABC for um triângulo equilátero e o segmento MD for perpendicular a p, então D é equidistante de A, B e C.

E) N.D.A

8. Resolvendo a equação $tg\left(2\log x - \frac{\pi}{6}\right) - tg\left(\log x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ temos :

A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

B) $x = e^{\pi/2 \pm k\pi} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

C) $\log x = \frac{\pi}{6} \pm k\pi \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

D) $x = e^{\pi/6 \pm 2k\pi} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

E) N.D.A

9. Sendo $S_k = 1 + 2x + 3x^2 + \ldots + (k+1)x^k$, onde $x > 1$ e k é um inteiro maior que 2, então, se n é um inteiro maior que 2,

A) $S_n = \dfrac{1 - x^{n+1}}{(1-x)^2}$

B) $S_n = \dfrac{1 - x^{n+1}}{(1-x)^2} - \dfrac{(n+1)}{1-x}x^{n+1}$

C) $S_n = \dfrac{1 + x^{n+1}}{(1-x)} - \dfrac{(n+2)}{(1-x)^2}x^{n+1}$

D) $S_n = \dfrac{1 + x^{n+1}}{(1-x)^2} + \dfrac{(n+2)}{(1-x)}x^{n+1}$

E) N.D.A

10. Os valores reais de a e b, para os quais as equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + bx + 12 = 0$ têm duas raízes comuns, são :

A) $a = 1 \quad ; \quad b = 2$

B) $a = -1 \quad ; \quad b = 4$

C) $a = 5 \quad ; \quad b = 3$

D) $a = -4 \quad ; \quad b = 1$

E) N.D.A

11. Considere a função $F(x) = |x^2 - 1|$ definida em R. Se FoF representa a função composta de F com F, então :

A) $(FoF)(x) = x|x^2 - 1|$, para todo x real

B) Não existe número real y, tal que $(FoF)(y) = y$

C) FoF é uma função injetora

D) $(FoF)(x) = 0$, apenas para dois valores reais de x

E) N.D.A

12. Considere um triângulo ABC cujos ângulos internos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ verificam a relação $\operatorname{sen} \hat{A} = \operatorname{tg} \dfrac{\hat{B} + \hat{C}}{2}$. Então podemos afirmar que :

A) Com os dados do problema, não podemos determinar $\hat{A}$ nem $\hat{B}$ e nem $\hat{C}$.

B) Um dêsses ângulos é reto

C) $\hat{A} = \dfrac{\pi}{6}$ e $\hat{B} + \hat{C} = \dfrac{5\pi}{6}$

D) $\hat{A} = \dfrac{\pi}{3}$, $\hat{B} = \dfrac{\pi}{4}$, $\hat{C} = \dfrac{5\pi}{12}$

E) N.D.A

13. Se colocarmos em ordem crescente, todos os números de 5(cinco) algarismos distintos, obtidos com 1, 3, 4, 6 e 7 , a posição do número 61473 será :

A) 76º

B) 78º

C) 80º

D) 82º

E) N.D.A

14. Se $\dfrac{6 - 5x}{x^3 - 5x^2 + 6x} = \dfrac{A}{x - a} + \dfrac{B}{x - b} + \dfrac{C}{x - c}$ onde A, B e C são reais e

a, b e c são raízes da equação $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$, então:

A) $A = -2$; $B = -1$; $C = 0$

B) $A = 2$; $B = 4$; $C = 1$

C) $A = 1$; $B = -3$; $C = 2$

D) $A = 5$; $B = 2$; $C = 1$

E) N.D.A

15. Sejam d e L respectivamente os comprimentos da diagonal BD e do lado BC do paralelogramo ABCD abaixo. Conhecendo-se os ângulos α e β (ver figura), o comprimento x do lado AB é dado por :

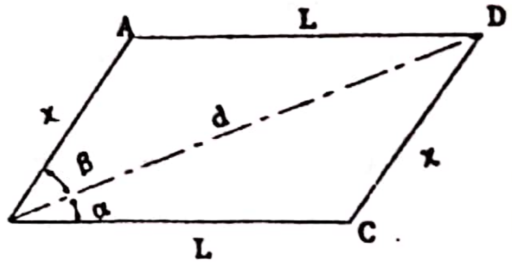
A) $x = \dfrac{d \cos \alpha}{\cos (\alpha + \beta)}$

B) $x = \dfrac{d \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} (\alpha + \beta)}$

C) $x = \dfrac{L \operatorname{sen} \alpha}{\cos (\alpha + \beta)}$

D) $x = \dfrac{L \cos \alpha}{\operatorname{sen} (\alpha + \beta)}$

E) N.D.A



16. Sejam A, B e C três pontos distintos de uma reta, com B entre A e C. Sejam a e b ($a > 2b$) os comprimentos de AB e BC respectivamente. Se o segmento BD é perpendicular ao segmento AC, quanto deve medir BD, para que o ângulo $B\hat{D}C$ seja a metade de $B\hat{D}A$?

A) $x = \dfrac{a}{\sqrt{b(a - 2b)}}$

B) $x = \dfrac{ab}{\sqrt{b(a - 2b)}}$

C) $x = \dfrac{b}{\sqrt{a(a - 2b)}}$

D) $x = \dfrac{ab}{\sqrt{a(a - 2b)}}$

E) N.D.A

17. Supondo $a < b$, onde a e b são constantes reais, considere a função $H(x) = a + (b - a)x$ definida no intervalo fechado $[0, 1]$. Podemos assegurar que:

A) H não é uma função injetora

B) Dado qualquer $\bar{y}$, b, sempre existe um $\bar{x}$ em $[0, 1]$ satisfazendo $H(\bar{x}) = \bar{y}$

C) Para cada $\bar{y}$, com $a < \bar{y} < b$, corresponde um único real $\bar{x}$, com $0 < \bar{x} < 1$, tal que $H(\bar{x}) = \bar{y}$

D) Não existe uma função real G, definida no intervalo fechado $[a, b]$, satisfazendo a relação $G(H(x)) = x$ para cada x em $[0, 1]$

E) N.D.A

18. No conjunto dos números reais, a desigualdade $\log_{1/3}(\log_4(x^2 - 5)) > 0$ é verdadeira para:

A) $\sqrt{5} < |x| < 3$

B) $\sqrt{5} < |x| < \sqrt{6}$

C) $\sqrt{6} < |x| < 3$

D) $|x| > 3$

E) N.D.A

19. Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, uma das retas tangentes à circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$, passando pelo ponto $P_o(-2,5)$, tem por equação:

A) $3x - y + 1 = 0$

B) $x + y - 3 = 0$

C) $x + 3y - 13 = 0$

D) $4x - 3y + 23 = 0$

E) N.D.A

20. Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, a equação da circunferência que passa pelos pontos $P_1(0, -3)$ e $P_2(4, 0)$, e cujo centro está sobre a reta $x + 2y = 0$, é:

A) $5(x^2 + y^2) + 2x + 3y = 0$

B) $5(x^2 + y^2) - 14x + 7y - 24 = 0$

C) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 15 = 0$

D) $x^2 + y^2 - 2x + y + 5 = 0$

E) N.D.A

21. Seja $X = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ uma matriz quadrada 2 x 2 onde m é um número inteiro qualquer. Se $P = (a_{ij})$ é uma matriz definida por $P = X^n + X^{n-1} + X^{n-2} + \ldots + X$, onde n é um número inteiro positivo ($n \geq 1$), então podemos afirmar que:

A) Um elemento a_{ij} da matriz P é igual a $m \dfrac{n(n+1)}{2}$

B) Um elemento a_{ij} da matriz P é igual a $m \dfrac{n(n-1)}{2}$

C) Um elemento a_{ij} da matriz P é igual a $n \dfrac{m(m-1)}{2}$

D) P é uma matriz cujos elementos são todos inteiros , se, e somente se , m é par

E) N.D.A

22. Qual o valor de b (b > 0) na expressão $bx + a$, sabendo-se que ao elevarmos este binômio a uma determinada potência inteira e positiva, uma das parcelas do desenvolvimento é $6840\ a^{18}\ x^2$?

A) Um número par maior que 8

B) Um número ímpar maior que 8

C) Um número par menor que 8

D) Um número ímpar menor que 8

E) N.D.A

23. O número de diagonais de um polígono regular de 2n lados, que não passam pelo centro da circunferência circunscrita a este polígono é dado por:

A) $2n(n-2)$

B) $2n(n-1)$

C) $2n(n-3)$

D) $\dfrac{n(n-5)}{2}$

E) N.D.A

24. O ângulo da geratriz com o eixo de um cone de revolução mede 30^o. Se S é a área de sua secção reta a uma distância h do vértice, qual a relação entre S e h?

A) $S = \dfrac{\pi h^2}{2}$

B) $S = \dfrac{3\pi}{2} h^2$

C) $S = \dfrac{\pi h^2}{3}$.

D) $S = \dfrac{2\pi}{3} h^2$

E) N.D.A

25. Seja

$$(k_1 + k_2)x + (k_2 - k_3)y + (k_1 - k_3)z = 0$$

$$(k_2 - k_1)x + (k_2 + k_3)y + (k_3 - k_1)z = 0$$

$$(k_1 - k_2)x + (k_3 - k_2)y + (k_3 + k_1)z = 0$$

um sistema homogêneo de equações lineares reais em x, y e z. Com respeito ao sistema acima podemos afirmar :

A) Se $k_1 \neq \pm k_2$, $k_1 \neq \pm k_3$ e $k_2 \neq \pm k_3$ então o sistema só admite solução trivial.

B) Se $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 \neq 0$, então o sistema só admite solução trivial.

C) O sistema admite solução não trivial, se e somente se, $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = 0$.

D) Se $k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$ e $k_3 \neq 0$, então o sistema só admite solução trivial.

E) N.D.A

<u>OBSERVAÇÃO:</u> Uma solução de um sistema homogêneo de equações lineares em x, y e z é chamada trivial se $x = y = z = 0$.