CENTRO TÉCNICO DE AERONÁUTICA

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

QUESTÕES DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA RETILÍNEA PARA O EXAME DE ADMISSÃO AO SEGUNDO ANO FUNDAMENTAL, EM 1950.

Duracão da prova: 3 horas

1ª Questão

Enuncie e demonstre a lei dos senos para a resolução de triângulos e mostre como calcular a área de um triângulo quando são conhecidos dois lados e o ângulo por eles compreendido.

2ª Questão

Enuncie a fórmula de Moivre e empregue-a para desenvolver as expressões de

$$\cos 2\theta \quad e \quad \operatorname{sen} 2\theta$$

3ª Questão

Resolva a equação

$$\operatorname{sen} 2x = \operatorname{sen} x$$

4ª Questão

Resolva a equação

$$a \operatorname{tg} x + b \operatorname{cotg} x = c$$

onde a, b, c são números dados.

5ª Questão

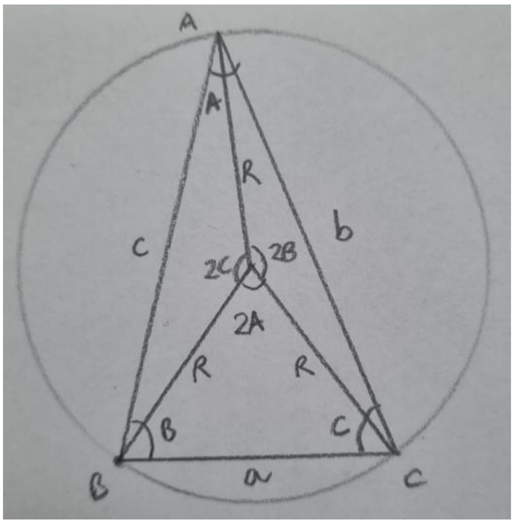
O ABC é uma pirâmide regular. Pela aresta OA e a bissetriz OD do ângulo BOC conduz-se um plano. Calcular a área do triângulo OAD, sabendo-se que AB = 4m e OA = 7m, sendo D o ponto comum à bissetriz, e ao lado BC.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

EXAME DE ADMISSÃO AO 2º ANO FUNDAMENTAL – 1950

QUESTÕES DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA RETILÍNEA – SOLUÇÕES – BOTELHO

<u>1ª Questão</u>



A lei dos senos é $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} = 2R$

Isso porque cada lado do triângulo é a soma das projeções de dois raios do círculo circunscrito, ou seja, a = 2R.senA, b = 2R.senB e c = 2R.senC

A área do triângulo é dada pela metade do produto de um lado (base) pela projeção de outro lado adjacente na direção perpendicular ao primeiro lado (altura), ou seja, (a.b.senC)/2 = (a.c.senB)/2 = (b.c.senA)/2

<u>2ª Questão</u>

É fórmula de **<u>De</u>** Moivre:

$(cisx)^n = cis(nx)$

$(cosx + i.senx)^n = cos(nx) + i.sen(nx)$

$(cosx + i.senx)^2 = cos(2x) + i.sen(2x)$

$cos^2x + 2.i.cosx.senx - sen^2x = cos(2x) + i.sen(2x)$

Igualando a parte real: $cos(2x) = cos^2x - sen^2x$

Igualando a parte imaginária: sen(2x) = 2.senx.cosx

3ª Questão

sen(2x) = senx

2.senx.cosx = senx

1ª hipótese: senx = 0 → x = kπ, onde k é inteiro

2ª hipótese: 2.cosx = 1 → cosx = 1/2 → x = π/3 + 2.k.π, k inteiro ou x = –π/3 + 2.k.π, k inteiro

4ª Questão

$a.tgx + b.ctgx = c$

$a.tgx + \frac{b}{tgx} = c$

Multiplica os dois lados por tgx

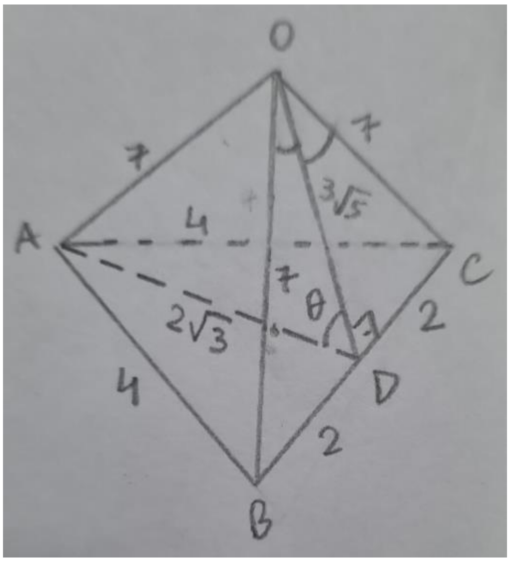
$a.tg^2x + b = c.tgx$

$a.tg^2x - c.tgx + b = 0$

$tgx = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4.a.b}}{2.a}$

$x = arc\ tg\left(\frac{c \pm \sqrt{c^2 - 4.a.b}}{2.a}\right)$, com x ≠ kπ e x ≠ kπ + π/2 (para não ter tg ou ctg infinita) e $c^2>4.a.b$ (para que o ângulo seja real)

5ª Questão



Como a pirâmide é regular, a base é um triângulo equilátero de lado 4 m e o vértice O está logo acima do centro do triângulo equilátero, de modo que OA=OB=OC=7 m

OD é bissetriz, mediana e altura, logo, é perpendicular a BC

OA = 7 m (dado)

AD = 4.$\sqrt{3}$/2 = 2$\sqrt{3}$ m (altura de triângulo equilátero ABC de lado 4 m)

OD = $\sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ m (cateto do triângulo retângulo OCD)

Temos os 3 lados do triângulo OAD, mas há radicais demais para usar Heron

Parece melhor determinar o ângulo θ = ODA pela lei dos cossenos e calcular a área como S = (AD.OD.senθ)/2

$$7^2 = (2.\sqrt{3})^2 + (3.\sqrt{5})^2 - 2.2.\sqrt{3}.3.\sqrt{5}.cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{12+45-49}{12\sqrt{15}} = \frac{8}{12\sqrt{15}} = \frac{2}{3\sqrt{15}} = \frac{2}{\sqrt{135}}$$

$$cos^2\theta = \frac{4}{135} \quad \rightarrow \quad sen^2\theta = \frac{131}{135} \quad \rightarrow \quad sen\theta = \frac{\sqrt{131}}{3\sqrt{15}}$$

$$S = \frac{AD.OD.sen\theta}{2} = \frac{2.\sqrt{3}.3.\sqrt{5}.\sqrt{131}}{2.3.\sqrt{15}} = \sqrt{131}\ m^2$$