

CENTRO TÉCNICO DE AERONÁUTICA
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
QUESTÕES DE ÁLGEBRA COMPLEMENTAR PARA O EXAME DE ADMISSÃO AO
SEGUNDO ANO FUNDAMENTAL, EM 1950.

Duração da prova: 3 horas

1ª Questão

Calcular a derivada n -ésima das funções

$$y = \sin x$$

$$y = \frac{1}{x}$$

2ª Questão

Qual o significado da expressão

$$\log_a x$$

Calcule a derivada em relação a x de

$$\log \log_a x$$

Explique resumidamente o que se entende por base natural e dos logaritmos.

3ª Questão

Calcule o determinante

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 8 \\ 4 & 7 & -5 \\ -6 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

e explique o significado dos determinantes na resolução de um sistema de equações simultâneas.

4ª Questão

Que é que se entende por soma de uma série infinita? Determine os valores de x para os quais a série infinita

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$$

possua uma soma e determine essa soma quando ela existe.

5ª Questão

Que se entende por discriminante de uma equação quadrática e qual o seu significado? Determine a natureza das raízes da equação

$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

EXAME DE ADMISSÃO AO 2º ANO FUNDAMENTAL – 1950

ÁLGEBRA COMPLEMENTAR – SOLUÇÕES DAS QUESTÕES – BOTELHO

1ª Questão

As derivadas de $\sin x$ são cíclicas: $\cos x$, $-\sin x$, $-\cos x$ e $\sin x$

Para $n \geq 0$, as derivadas de ordem $4n+1$ são $\cos x$; as de ordem $4n+2$ são $-\sin x$; as de ordem $4n+3$ são $-\cos x$; as de ordem $4n$ são $\sin x$

As derivadas de $1/x$ são: $-1/x^2$, $2/x^3$, $-6/x^4$, $24/x^5$, ...

A n -ésima derivada de $1/x$ é $(-1)^n \cdot n! / x^{n+1}$

2ª Questão

$\log_a x$ significa logaritmo de “ x ” na base “ a ”, é o número “ y ” tal que $x=a^y$

A derivada de $\log(\log_a x)$, considerando que \log seja o logaritmo na base 10, é:

$$[\log(\log_a x)]' = \left[\frac{\ln(\log_a x)}{\ln 10} \right]' = \frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{(\log_a x)'}{\log_a x} = \frac{1}{\ln 10 \cdot \log_a x} \left(\frac{\ln x}{\ln a} \right)' = \frac{1}{\ln 10 \cdot \log_a x \cdot \ln a \cdot x}$$

A base natural “ e ” dos logaritmos é uma constante matemática dada por $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,718281828\dots$ e o logaritmo natural ou neperiano é a função $\ln x$ (logaritmo de “ x ” na base “ e ”) tal que sua derivada é $1/x$.

3ª Questão

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 8 \\ 4 & 7 & -5 \\ -6 & 2 & 10 \end{vmatrix} = (-3) \cdot 7 \cdot 10 + 4 \cdot 2 \cdot 8 + (-6) \cdot 0 \cdot (-5) - (-3) \cdot (-5) \cdot 2 - 0 \cdot 4 \cdot 10 - 8 \cdot 7 \cdot (-6) =$$

$$= -210 + 64 - 30 + 336 = 160 \text{ (Regra de Sarrus – pronuncia-se “sarrí”, é francês)}$$

Podemos resolver um sistema de equações lineares com o auxílio de determinantes (regra de Cramer), neste caso:

$$-3x + 0y + 8z = a$$

$$4x + 7y - 5z = b$$

$$-6x + 2y + 10z = c$$

Chamando de D o determinante dado e de D_x , D_y e D_z os determinantes que substituem os coeficientes de x , y e z pelos termos livres, temos $x = D_x/D$, $y = D_y/D$ e $z = D_z/D$

4ª Questão

Não é “possue”, é “possui”.

Soma de uma série infinita é a soma de infinitos termos de uma sequência cujo termo geral a_n tem uma lei de formação dependente de n .

A série infinita $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$ tem termo geral x^n

Trata-se da soma dos termos de uma progressão geométrica de termo inicial 1 e razão x , que converge para $\frac{1}{1-x}$ quando $|x| < 1$

5ª Questão

Discriminante é um termo jurídico sinônimo de excludente de ilicitude (ex.: discriminantes putativas do § 1º do art. 20 do Código Penal).

Discriminante de uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ é o número Δ dado por $b^2 - 4.a.c$, cuja utilidade é indicar se existem duas raízes reais distintas ($\Delta > 0$), duas raízes reais iguais ($\Delta = 0$) ou duas raízes complexas ($\Delta < 0$)

Na equação $3x^2 - 5x + 6 = 0$, $\Delta = (-5)^2 - 4.3.6 = 25 - 72 = -47 < 0$, logo as duas raízes são complexas.