QUESTÃO 16

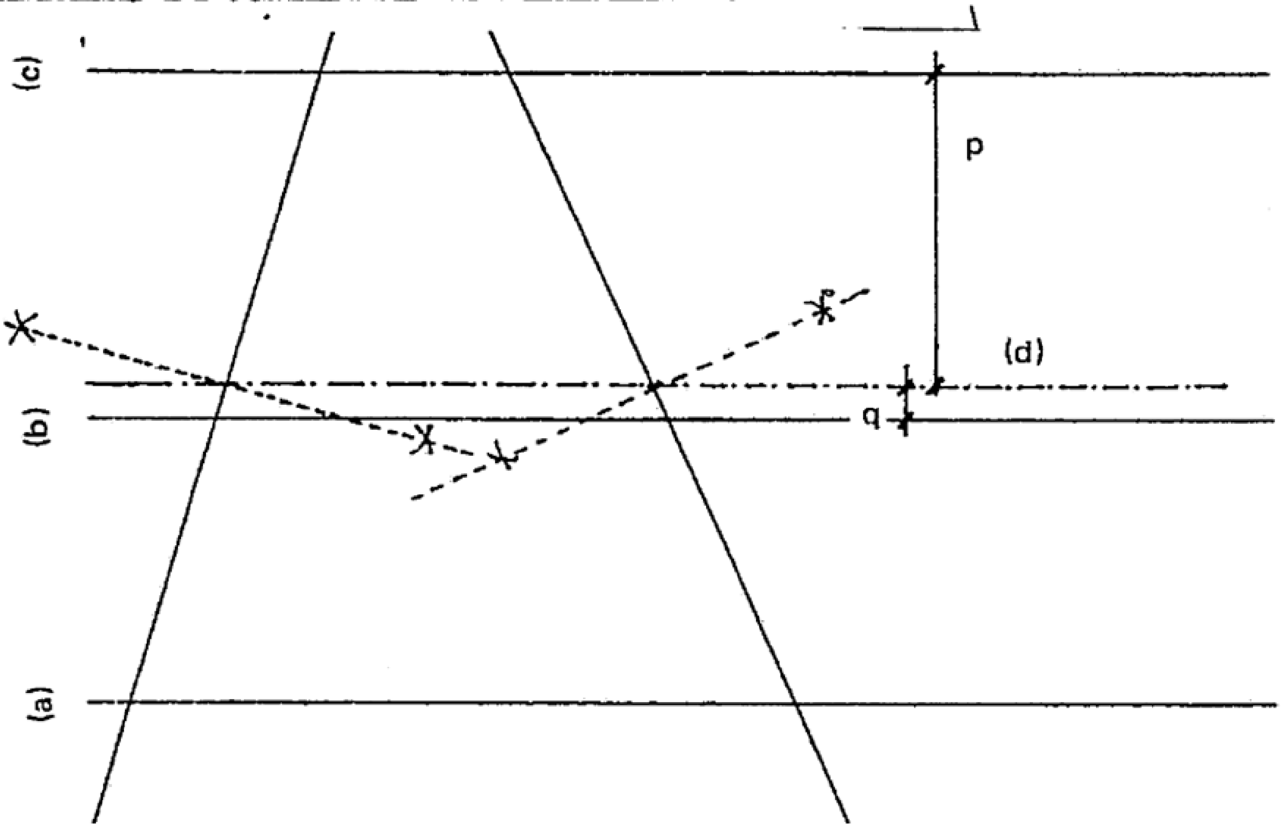
As retas (a), (b) e (c) são lugares geométricos de três pontos, respectivamente, (A), (B) e (C), que pertencem a uma circunferência. Sabendo-se que nesta circunferência, o arco AB mede 120° e o arco BC mede 60°, pergunta-se qual o valor de seu raio.

a) 32 mm b) 37 mm c) 52 mm d) 47 mm e) 42 mm

QUESTÃO 16 – REPOSTA: A

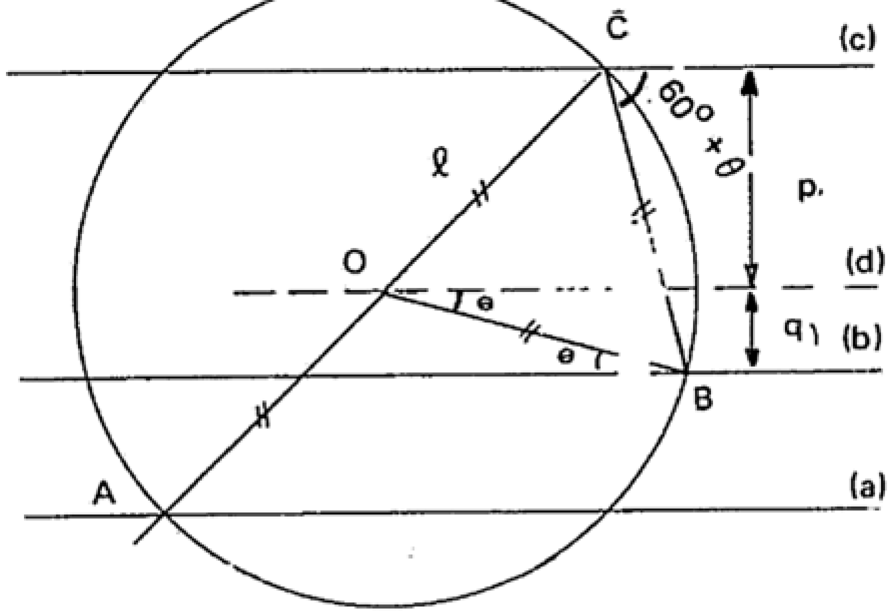
Resolução:

R = 32 mm é a medida do raio da circunferência pedida obtida na solução gráfica apresentada .

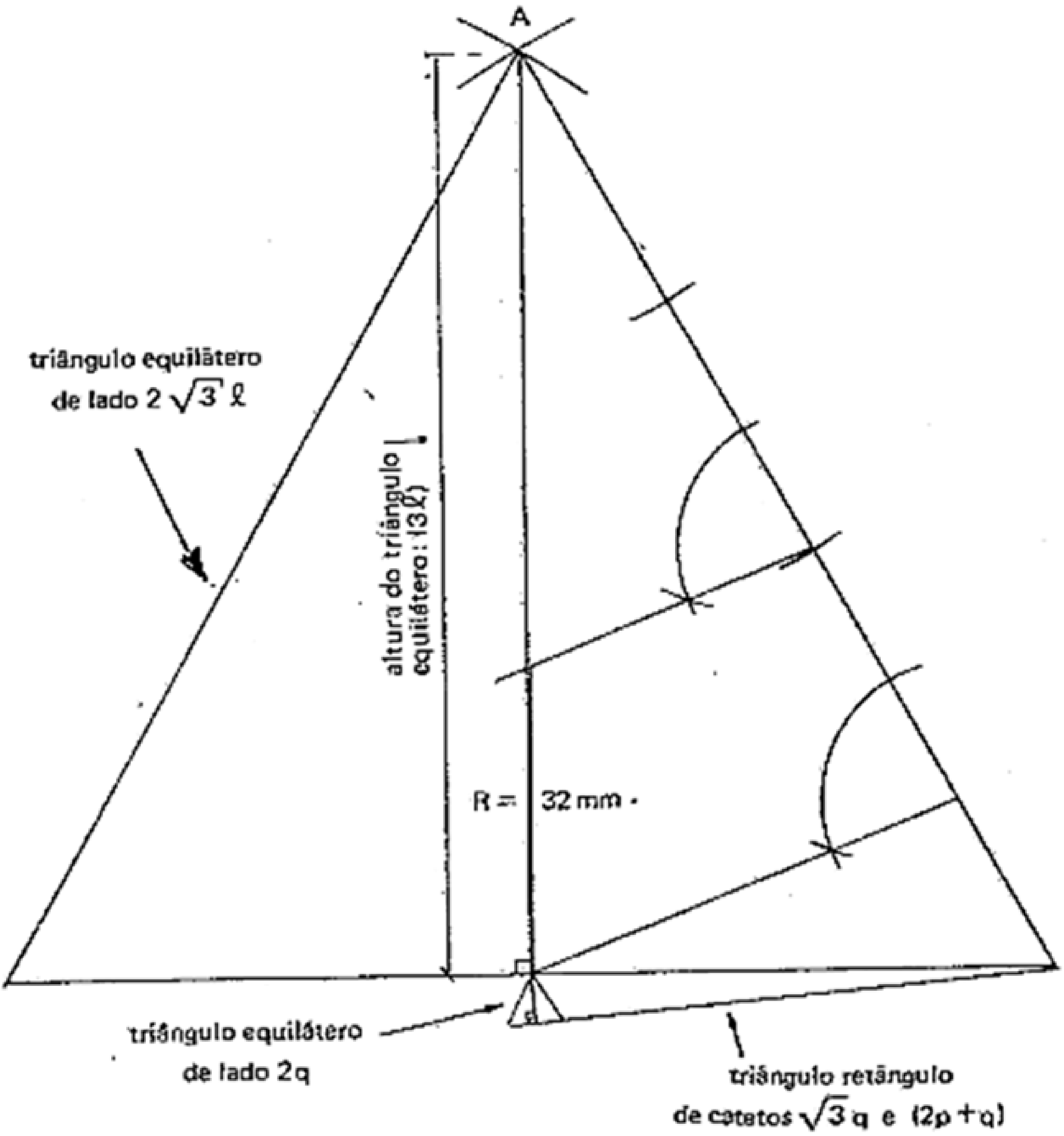


Justificativa:

Devemos contruir um triângulo equilátero BCO cujos vértices pertencem às retas b, c e d (onde d é a bissetriz da faixa de paralelas bc). Assim,



C
(c)
$60^o + \theta$
ℓ
p.
O
(d)
θ
θ
q_1
(b)
B
A
(a)



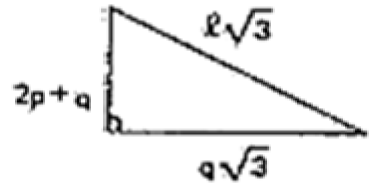
A
triângulo equilátero
de lado $2\sqrt{3}\,\ell$
altura do triângulo equilátero: (3ℓ)
R = 32 mm
triângulo equilátero
de lado 2q
triângulo retângulo
de catetos $\sqrt{3}\,q$ e $(2p+q)$

$$\begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \dfrac{q}{\ell} \\ \operatorname{sen}(60^\circ + \theta) = \dfrac{p+q}{\ell} \end{cases} \Rightarrow \operatorname{sen} 60^\circ . \cos\theta + \operatorname{sen}\theta . \cos 60^\circ = \frac{p+q}{\ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{q^2}{\ell^2}} + \frac{q}{\ell} \cdot \frac{1}{2} = \frac{p+q}{\ell} \Rightarrow \sqrt{3} . \sqrt{\ell^2 - q^2} + q = 2(p+q) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(\ell^2 - q^2) = (2p+q)^2 \Rightarrow 3\ell^2 = (2p+q)^2 + 3q^2 \iff$$

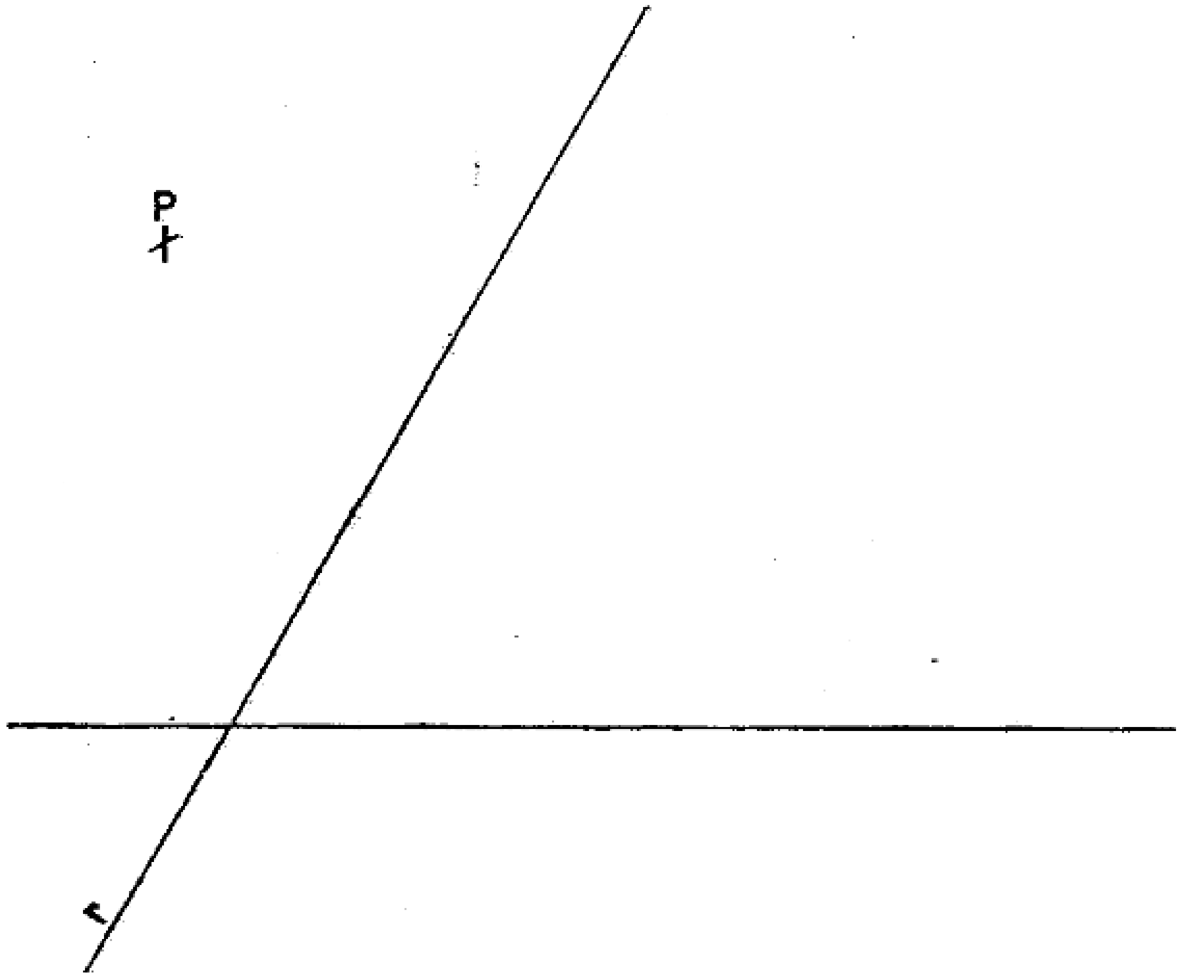
$$\iff (\sqrt{3}\,\ell)^2 = (2p+q)^2 + (q\sqrt{3})^2$$ [Teorema de Pitágoras]



QUESTÃO 17

São dadas duas retas (r) e (t) e um ponto (P). Determinar o raio da circunferência que passa por (P), é tangente à reta (t), sendo a reta (r) o lugar geométrico do centro (O).

a) 32 mm b) 19 mm c) 41 mm d) 25 mm e) 38 mm

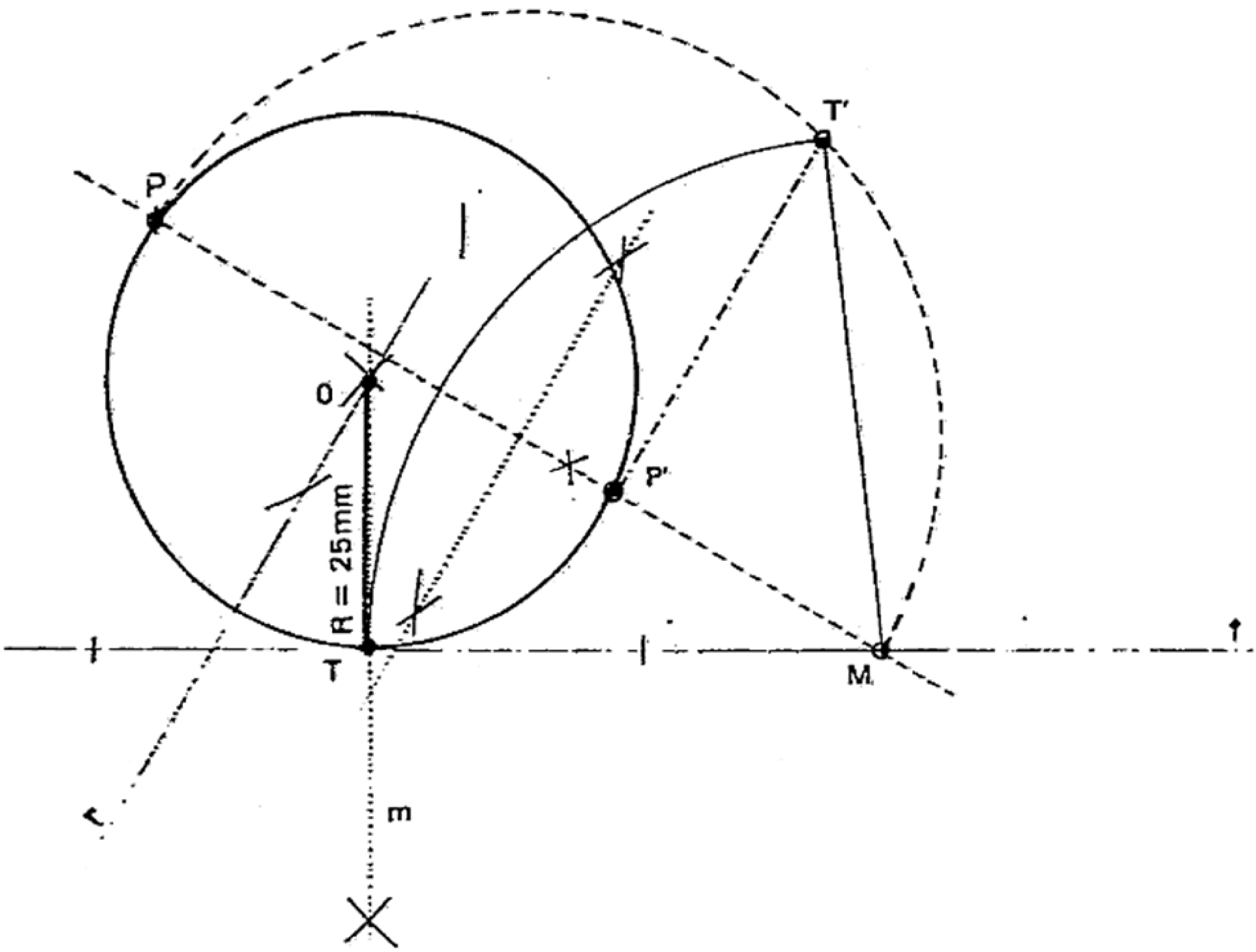


QUESTÃO 17 — RESPOSTA: D

Resolução:

Resolução:

OT = 25 mm é a medida do raio da circunferência pedida, obtida na solução gráfica apresentada



Justificativa:

1) $O \in \overleftrightarrow{r}$, é o centro da circunferência "C" procurada.

2) P' simétrico de P, pertence à circunferência "C".

3) Sendo M o ponto de intersecção da reta $\overleftrightarrow{PP'}$ com a reta $\overleftrightarrow{t}$, e T o ponto de tangência da circunferência "C" com a reta $\overleftrightarrow{t}$, temos, pela potência do ponto M em relação à circunferência C; $MT^2 = MP' \cdot MP$.

4) Obtivemos MT pela construção gráfica da média proporcional $\overline{MT'}$ em relação a $\overline{MP}$ e $\overline{MP}$.

5) A reta $\overleftrightarrow{m}$ perpendicular à reta t no ponto T, (condição de tangência) determina em r o ponto "0", centro da circunferência C de raio OT = 25 mm.

Obs.: Existem duas soluções, sendo que uma delas cai fora dos limites da folha.

QUESTÃO 18.

Mb e Mc são, respectivamente, os pontos médios dos lados (b) e (c) de um triângulo ABC. Sabendo-se que o ângulo do vértice (A) é igual a 60^{o} e que a altura conduzida deste mesmo vértice (A) mede 42 mm, pergunta-se o valor do perímetro do triângulo.

a) 115 mm b) 250 mm c) 126 mm d) 203 mm e) 227 mm

Fig. 4

QUESTÃO 18 — RESPOSTA: E

Resolução:

O perímetro do ΔABC obtido na solução gráfica apresentada é: P = 99 mm + 42 mm + 86 mm = 227 mm

Justificativa:

1) O vértice A, pertence ao arco capaz de 60^{o}, construído sobre o segmento $\overline{M_bMc}$.

2) O vértice A, pertence ao par de paralelas à reta $\overleftrightarrow{M_bM_c}$, construídas a uma distância $\frac{42\text{ mm}}{2} = 21$ mm da mesma, uma vez que $\overleftrightarrow{M_bM_c}$ divide a altura, de medida dada, ao meio.

3) C e B são simétricos de A em relação a M_b e M_c respectivamente.

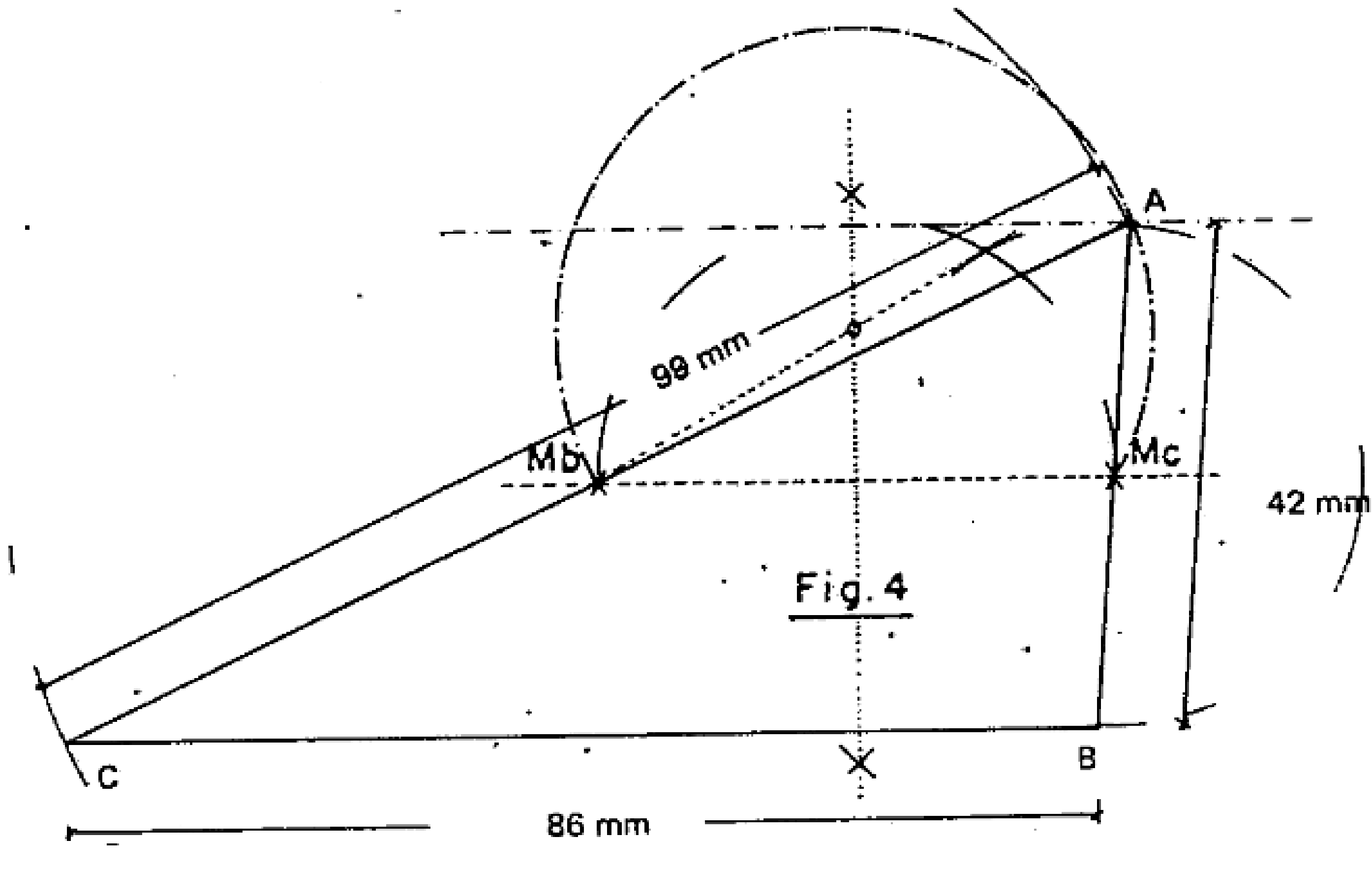


Fig. 4

QUESTAO 19

São dados do problema:

a. O ponto (P') pertence a uma elípse;

b. O ponto (F) é, simultaneamente, foco desta elípse e de uma parábola;

c. A reta (s) é suporte do eixo da elípse e do eixo da parábola;

d. O ponto (F') é o outro foco da elípse;

e. O ponto (A) é o vértice da parábola.

Pede-se o menor ângulo formado pela tangente à parábola, passando pelo ponto (P), e a tangente à elípse, passando pelo ponto (P').

a) 50^{o} b) 58^{o} c) 27^{o} d) 48^{o} e) 13^{o}

QUESTÃO 19 — RESPOSTA C

Resolução:

Na solução gráfica apresentada o menor ângulo entre a tangente à elipse (t_3) e a tangente à parábola (t_1) tem por medida 27^{o}.

Justificativa:

1) $FP' + P'F' = \overline{FF'} = 2a$ (eixo maior da elipse).

2) $\overleftrightarrow{t_3}$, bissetriz do ângulo $F'\hat{P}F'$, é a tangente à elipse no ponto P (é única).

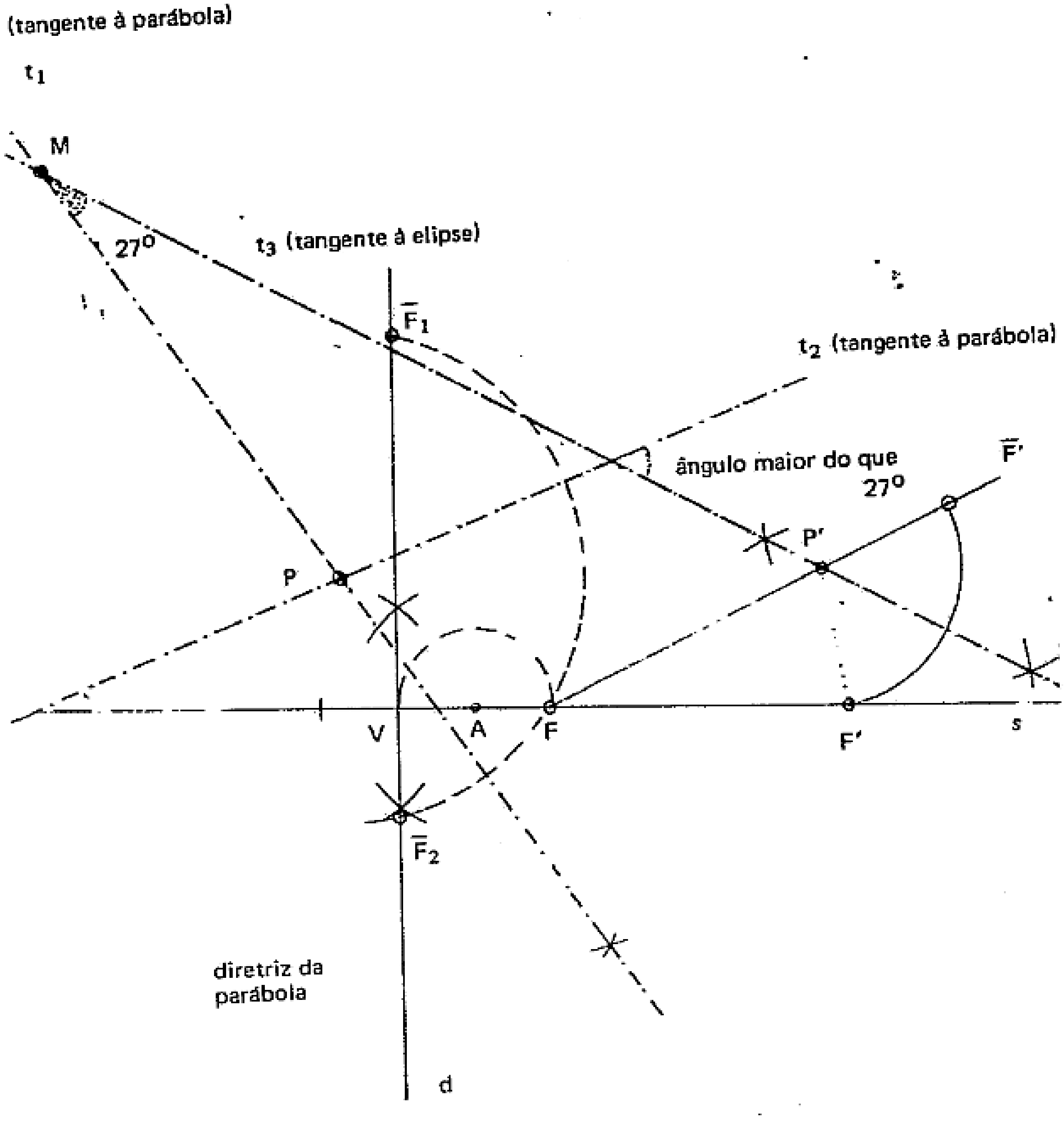
3) $\overleftrightarrow{d}$ é a diretriz da parábola.

$$\begin{cases} \overleftrightarrow{d} \perp \overleftrightarrow{s} \\ \overleftrightarrow{d} \cap \overleftrightarrow{s} = \{V\} \\ AV = AF \end{cases}$$

4) Os simétricos de F, em relação à tangente ($\overline{F}_1$ e $\overline{F}_2$) são pontos da diretriz $\overleftrightarrow{d}$. Sendo P o ponto da tangente à parábola, temos: $PF = \overline{PF_1} = \overline{PF_2}$.

5) As mediatrizes de $\overline{FF_1}$ e $\overline{FF_2}$, respectivamente, t_1 e t_2, são as tangentes à parábola em P.

6) As tangentes t_2 e t_3 formam ângulo de 40^{o}, e as tangentes t_1 e t_3 formam ângulo de 27^{o}, sendo este o menor dos ângulos.


(tangente à parábola)
t1
M
27°
t3 (tangente à elipse)
F̄1
t2 (tangente à parábola)
ângulo maior do que 27°
F̄'
P'
P
V
A
F
F'
s
F̄2
diretriz da parábola
d

QUESTÃO 20

A um ajustador mecânico é fornecida uma chapa de aço, retangular. Pede-se o apótema do maior pentágono que pode ser riscado nesta chapa, sabendo-se que as dimensões desta são, respectivamente, a 3ª proporcional e a Média Proporcional dos valores 150 mm e 125 mm.

A resposta deverá ser indicada na escala de 1 : 2,5.

a) 35 mm b) 43 mm c) 25 mm d) 17 mm e) 14 mm

QUESTÃO 20 – RESPOSTA C

Resolução:

OP = 25 mm é a medida obtida para o apótema do pentágono na solução gráfica apresentada.

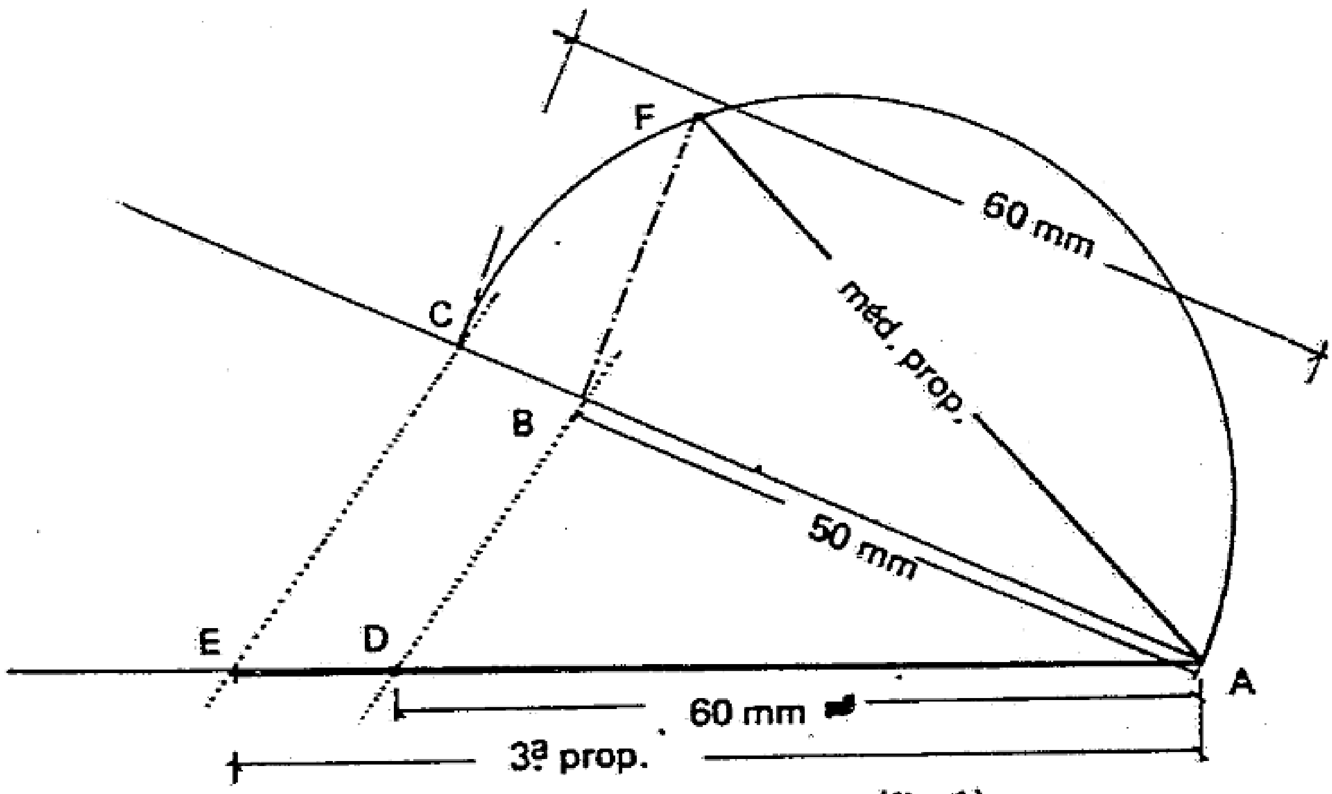
1) Na fig. 1, obtivemos graficamente a média proporcional AF, tal que $AF^2 = AB \cdot AC$, onde AB = 50 mm e AC = 60 mm, representam os segmentos de 125 mm e 150 mm na escala 1 : 2,5, de acordo com o enunciado:

Escala: $\dfrac{1}{2,5} = \dfrac{AB}{125} = \dfrac{AC}{150} \Rightarrow \begin{cases} AB = 50 \text{ mm} \\ AC = 60 \text{ mm} \end{cases}$

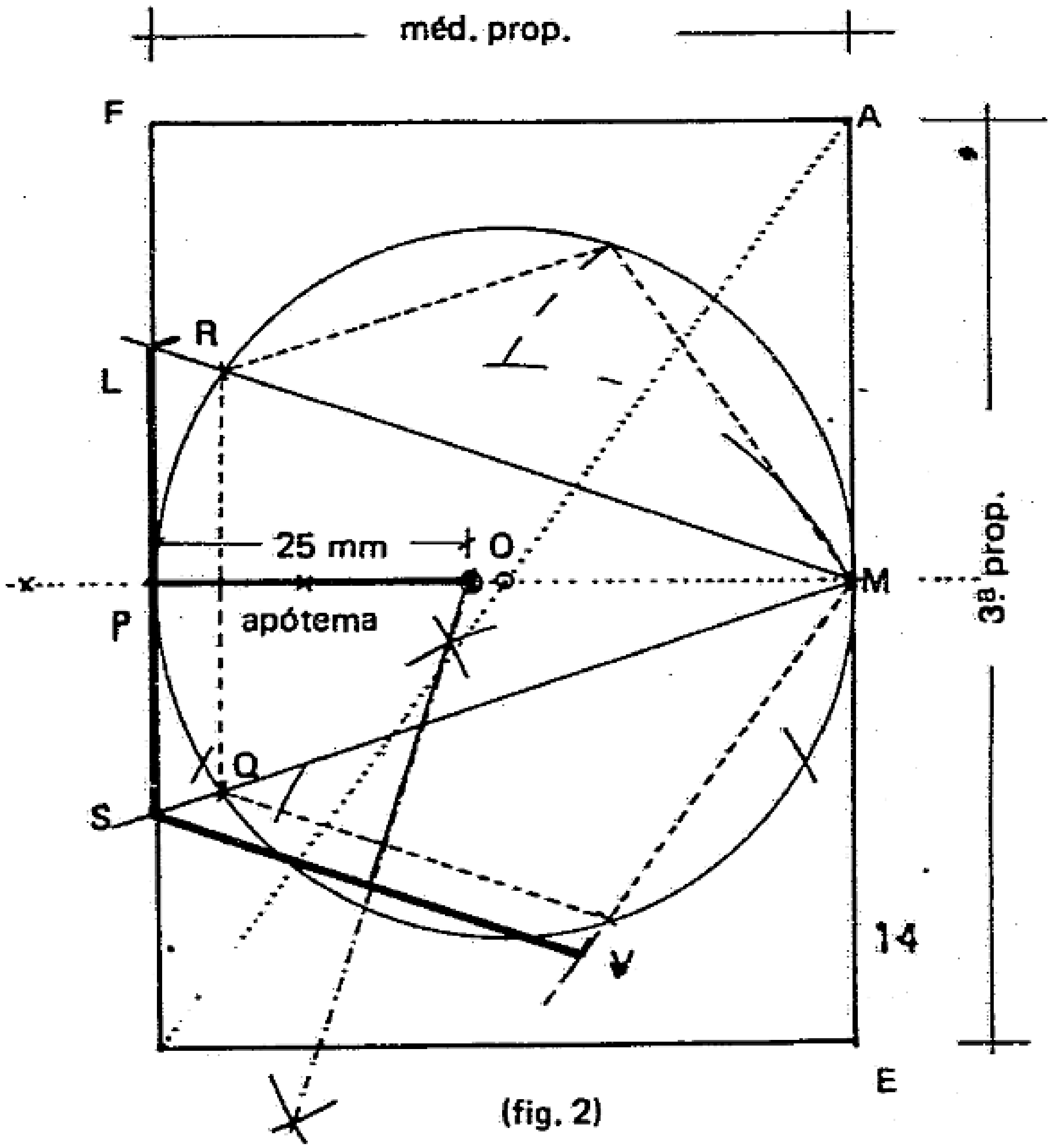
2) Na mesma fig. 1, aplicando o teorema de Tales, obtivemos a 3ª proporcional AE, tal que $\dfrac{50 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} = \dfrac{60 \text{ mm}}{AE}$.

3) Na fig. 2, construímos a circunferência máxima de centro O na chapa de dimensões AF e AE (conforme enunciado). Nessa circunferência inscrevemos o pentágono regular de lado RQ. Com centro de homotetia direta em M, obtivemos LS, lado do pentágono máximo, construído na chapa de aço.

4) As mediatrizes de LS e SV, determinam o ponto O, centro do pentágono, de onde determinamos o apótema OP = 25 mm.



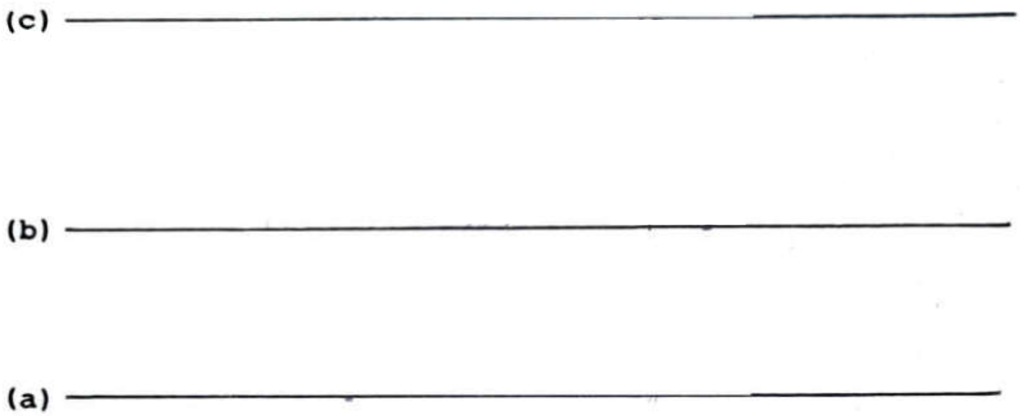
(fig. 1)



(fig. 2)

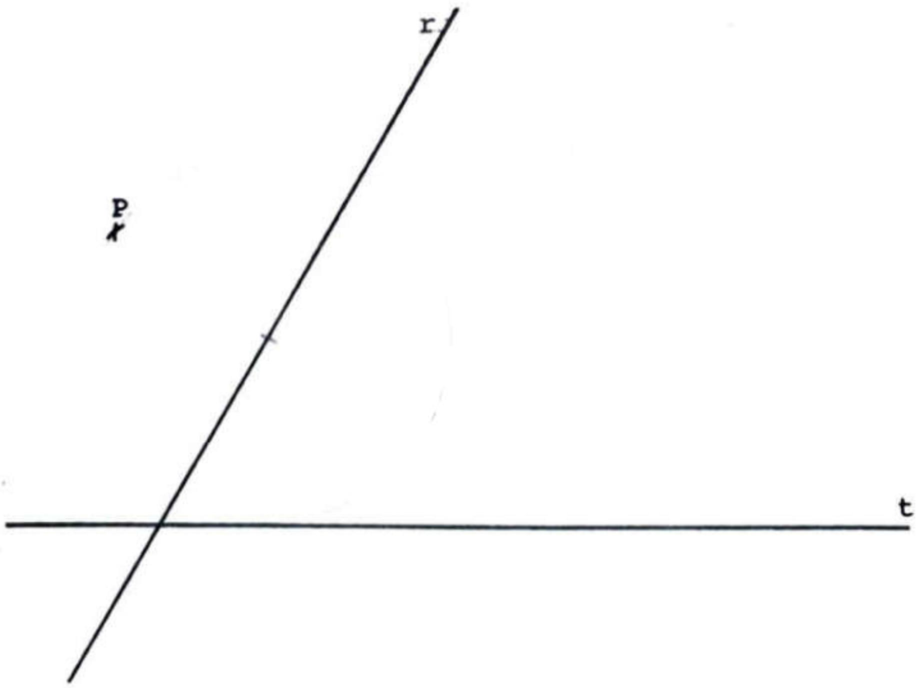
01 As retas (a), (b) e (c) são lugares geométricos de três pontos, respectivamente, (A), (B) e (C), que pertencem a uma circunferência. Sabendo-se que nesta circunferência, o arco AB mede 120° e o arco BC mede 60°, pergunta-se qual o valor de seu raio.

(A) 32 mm (B) 37 mm (C) 52 mm (D) 47 mm (E) 42 mm



02. São dadas duas retas (r) e (t) e um ponto (P). Determinar o raio da circunferência que passa por (P), é tangente à reta (t), sendo a reta (r) o lugar geométrico do centro (0).

(A) 32mm (B) 19 mm (C) 41 mm (D) 25 mm (E) 38 mm



03. Mb e Mc são,respectivamente, os pontos médios dos lados (b) e (c) de um triângulo ABC. Sabendo-se que o ângulo do vértice (A) é igual a 60^{o} e que a altura conduzida deste mesmo vértice (A) mede 42 mm, pergunta-se o valor do perímetro do triângulo.

(A) 115 mm (B) 250 mm (C) 126 mm (D) 203 mm (E) 227 mm

04. São dados do problema:

a) O ponto (P') pertence a uma elipse;

b) O ponto (F) é, simultaneamente, foco desta elipse e de uma parábola;

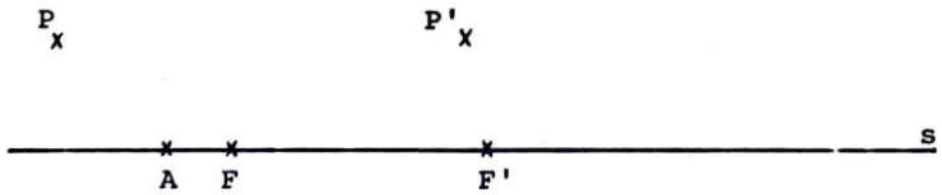
c) A reta (s) é suporte do eixo da elipse e do eixo da parábola;

d) O ponto (F') é o outro foco da elipse;

e) O ponto (A) é o vértice da parábola.

Pede-se o menor ângulo formado pela tangente à parábola, passando pelo ponto (P), e a tangente à elipse, passando pelo ponto (P').

(A) 50^{o} (B) 58^{o} (C) 27^{o} (D) 48^{o} (E) 13^{o}



05. A um ajustador mecânico é fornecida uma chapa de aço, retangular. Pede-se o apótema do maior pentágono que pode ser riscado nesta chapa, sabendo-se que as dimensões desta são, respectivamente, a 3ª Proporcional e a Média Proporcional dos valores 150 mm e 125 mm.
A resposta deverá ser indicada na escala de 1:2,5.

(A) 35 mm (B) 43 mm (C) 25 mm (D) 17 mm (E) 14 mm