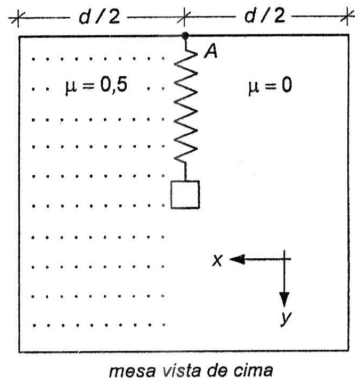


01. (IME 2008) A figura abaixo ilustra um pequeno bloco e uma mola sobre uma mesa retangular de largura d , vista de cima. A mesa é constituída por dois materiais diferentes, um sem atrito e o outro com coeficiente de atrito cinético μ igual a 0,5. A mola tem uma de suas extremidades fixada no ponto A e a outra no bloco. A mola está inicialmente comprimida de 4 cm, sendo liberada para que o bloco oscile na região sem atrito na direção y . Depois de várias oscilações, ao passar pela posição na qual tem a máxima velocidade, o bloco é atingido por uma bolinha que se move com velocidade de 2 m/s na direção x e se aloja nele. O sistema é imediatamente liberado da mola e se desloca na parte áspera da mesa. Determine:

- a) o vetor quantidade de movimento do sistema bloco + bolinha no instante em que ele é liberado da mola;
 b) a menor largura e o menor comprimento da mesa para que o sistema pare antes de cair.

Dados: comprimento da mola = 25cm;
 constante elástica da mola = 10N/cm;
 massa da bolinha = 0,2kg;
 massa do bloco = 0,4kg;
 aceleração da gravidade = 10 m/s²;



Solução:

a) Conservação de energia mecânica:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \rightarrow \left(\frac{(10 \cdot 10^2)(4 \cdot 10^{-2})^2}{2} \right) = \left(\frac{0,4 \cdot v^2}{2} \right); v = 2\text{m/s}.$$

No choque entre a bolinha e o bloco, a quantidade de movimento total do sistema se conserva. Assumiremos que o bloco se desloca no sentido positivo do eixo y (para baixo), pois esta é a situação mais crítica para a determinação do comprimento da mesa:

Eixo y : $Q_{iy} = Q_{fy} \rightarrow 0,2 \cdot 4 = (0,2+0,4) \cdot V_y \rightarrow V_y = 4/3 \text{ m/s}$
 Eixo x : $Q_{ix} = Q_{fx} \rightarrow 0,4 \cdot (2) = (0,2+0,4) \cdot V_x \rightarrow V_x = 2/3 \text{ m/s}$
 Logo:

$$\vec{Q} = m_{\text{TOTAL}} \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{Q} = m_{\text{TOTAL}} \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{Q} = 0,6 \cdot \left(\frac{2}{3} \vec{i} + \frac{4}{3} \vec{j} \right)$$

$$\boxed{\vec{Q} = 0,4 \vec{i} + 0,8 \vec{j}}$$

b) O módulo do vetor velocidade é dado por:

$$|\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow |\vec{v}_r| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{20}}{3} \text{ m/s};$$

A desaceleração sofrida no trecho com atrito:

$$a = \frac{F_{\text{at}}}{m} = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g = 0,5 \cdot 10 = 5\text{m/s}^2$$

Logo: $v^2 = v_0^2 - 2a\Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2}{2a} = \frac{20/9}{10} = \frac{2}{9} \text{ m}$

Direção do movimento em relação ao eixo x :

$$\text{tg } \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4/3}{2/3} = 2 \Rightarrow \text{sen}^2 \theta = \frac{\text{tg}^2 \theta}{1 + \text{tg}^2 \theta} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{cos}^2 \theta = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \theta} \Rightarrow \text{cos } \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Logo: $\Delta x = \Delta S \cdot \text{cos } \theta = \frac{2}{9} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{45} \text{ m}$ e

$$\Delta y = \Delta S \cdot \text{sen } \theta = \frac{2}{9} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{45} \text{ m}$$

Portanto, temos:

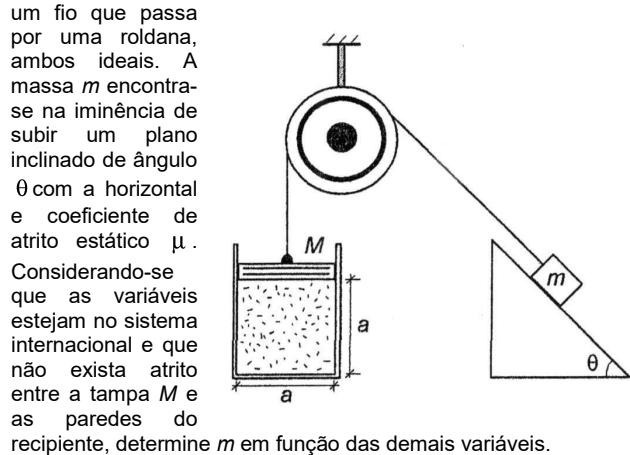
Largura da mesa: $d = 2 \cdot \Delta x \Rightarrow \boxed{d = \frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ m}}$

Comprimento da mesa:

$$\ell = L_{\text{MOLA}} + \Delta y \Rightarrow$$

$$\boxed{\ell = 0,25 + \frac{2\sqrt{5}}{45} \text{ m}}$$

02. (IME 2008) Em um recipiente, hermeticamente fechado por uma tampa de massa M , com volume interno na forma de um cubo de lado a , encontram-se n mols de um gás ideal a uma temperatura absoluta T . A tampa está presa a uma massa m por um fio que passa por uma roldana, ambos ideais. A massa m encontra-se na iminência de subir um plano inclinado de ângulo θ com a horizontal e coeficiente de atrito estático μ .



Considerando-se que as variáveis estejam no sistema internacional e que não exista atrito entre a tampa M e as paredes do recipiente, determine m em função das demais variáveis. Dados: aceleração da gravidade = g ; constante universal dos gases perfeitos = R .

Solução:

Da equação dos gases perfeitos, temos:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot a^3 = \frac{n \cdot R \cdot T}{a}$$

Desconsiderando a pressão ambiente externa ao recipiente, do equilíbrio de forças atuantes sobre a tampa, temos:

$$T + p \cdot a^2 = M \cdot g \Rightarrow T = \frac{M \cdot g \cdot a - n \cdot R \cdot T}{a} \quad (i)$$

Do equilíbrio de forças no bloco, na direção normal ao plano inclinado, temos: $N = P_N \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \text{cos } \theta$

Observando a condição de iminência de movimento de subida do bloco ao longo do plano inclinado, temos:

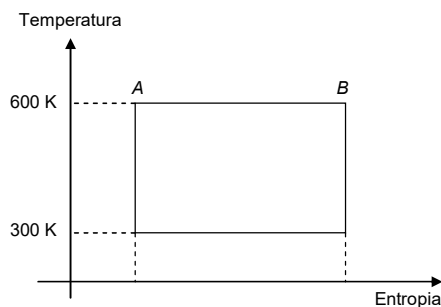
$T = P_T + F_{\text{at}}$, mas $F_{\text{at}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \theta$, logo:
 $T = m \cdot g \cdot \text{sen } \theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \theta$ (ii)

De (i) e (ii) temos:

$$m \cdot g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta) = \frac{M \cdot g \cdot a - n \cdot R \cdot T}{a} \Rightarrow$$

$$\boxed{m = \frac{M \cdot g \cdot a - n \cdot R \cdot T}{a \cdot g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta)}}$$

03. (IME 2008) Uma máquina térmica opera a 6000 ciclos termodinâmicos por minuto, executando o ciclo de Carnot mostrado na figura abaixo. O trabalho desta máquina térmica é utilizado para elevar verticalmente uma carga de 1000 kg com velocidade constante de 10 m/s. Determine a variação de entropia no processo AB, representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e os processos termodinâmicos reversíveis.



Solução:

A potência necessária para elevar 1000 kg a 10m/s é dada por:

$$P = F \cdot v = (M \cdot g) \cdot v = 1000 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

A máquina opera a 6000 ciclos por minuto (100 ciclos por segundo). Assim, temos que o trabalho realizado em cada ciclo é dado por: 100 ciclos — 10^5 J

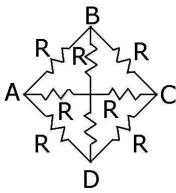
A partir do conhecimento do trabalho no ciclo, sabendo que o rendimento do ciclo de Carnot é $\eta = 1 - \frac{T_{FRIA}}{T_{QUENTE}} = 1 - \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$

Portanto $\eta = \frac{1}{2} = \frac{\tau_{ciclo}}{Q_{QUENTE}} \Rightarrow Q_{QUENTE} = 2 \cdot \tau_{ciclo} = 2 \cdot 10^3$ J

Sabemos que $dS = \frac{\delta Q}{T}$. Para trechos em que a temperatura é constante, esta equação pode ser simplificada para $\Delta S = \frac{Q}{T}$.

Assim, $\Delta S_{AB} = \frac{Q_{QUENTE}}{T} = \frac{2 \cdot 10^3}{600} \approx 3,33$ J/K

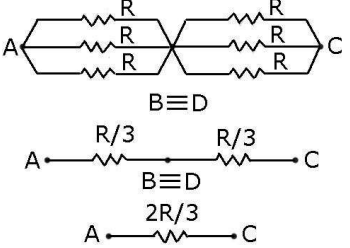
04. (IME 2008) A malha de resistores apresentada na figura ao lado é conectada pelos terminais A e C a uma fonte de tensão constante. A malha é submersa em um recipiente com água e após 20 minutos, observa-se que o líquido entra em ebulição. Repetindo as condições mencionadas, determine o tempo que a água levaria para entrar em ebulição, caso a fonte tivesse sido conectada aos terminais A e B



Solução:

Para a situação inicial (água ebulindo em 20 min), tem-se: Cálculo da R_{EQ} (Resistência equivalente)

Com os terminais A e C, o eixo BD é de simetria, logo o circuito reduz-se: Logo, $R_{EQ1} = 2R/3$

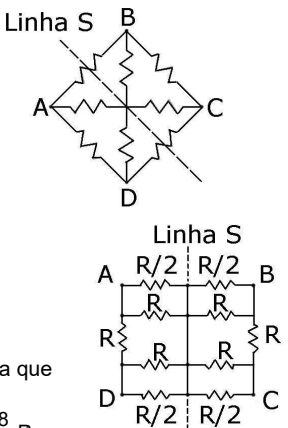


Então, considerando que toda a energia dissipada foi convertida em calor:

$P_{ot} = \frac{Q}{\Delta t_1} \cdot \frac{U^2}{R_{EQ1}} = \frac{Q}{\Delta t_1}$

Assim: $Q = \frac{U^2}{R_{EQ1}} \Delta t_1$

Para a situação final tem-se: Onde a linha s é o eixo de simetria, portanto:



$R_{EQ2} = 2 \cdot \left(\left(\frac{R}{2} // R \right) + R \right) // \left(\frac{R}{2} // R \right)$

Logo, $R_{EQ2} = \frac{8}{15} R$

Neste caso, $P_{ot} = \frac{Q}{\Delta t_2} \cdot \frac{U^2}{R_{EQ2}} = \frac{Q}{\Delta t_2}$

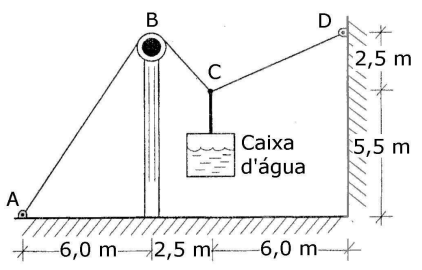
Assim: $Q = \frac{U^2}{R_{EQ2}} \Delta t_2$

Como a quantidade de calor é a mesma que no caso anterior:

$Q = \frac{U^2}{R_{EQ1}} \Delta t_1 = \frac{U^2}{R_{EQ2}} \Delta t_2 \rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{R_{EQ2}}{R_{EQ1}} = \frac{\frac{8}{15} R}{\frac{2}{3} R}$

$\Delta t_2 = \frac{4}{5} \cdot 20 = 16$ min

05. (IME 2008) A figura abaixo mostra uma caixa d'água vazia, com peso de 125 kgf, sustentada por cabo inextensível e de massa desprezível, fixado nos pontos A e D. A partir de um certo instante a caixa d'água começa ser enchida em uma vazão



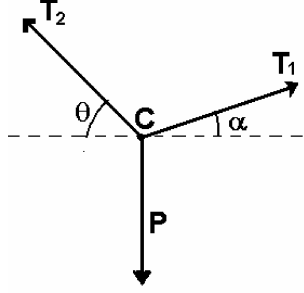
constante de 500 L/h. A roldana em B possui atrito desprezível. Sabendo que o cabo possui seção transversal circular de 1 cm de diâmetro que admite força de tração por unidade de área de no máximo 750 kgf/cm², determine o tempo de entrada de água na caixa, em minutos, até que o cabo se rompa. Dado: peso específico da água = 1000 kgf/m³; $\pi \approx 3,14$

Solução:

Cálculo da tração máxima suportada pelo cabo:

$T_{MAX} = 750 \frac{kgf}{cm^2} \cdot \pi \cdot (0,5cm)^2 \approx 588,75kgf$

Diagrama de forças no ponto C:



$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow T_2 \cdot \cos \theta - T_1 \cdot \cos \alpha = 0 \text{ (i)} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \cdot \sin \theta + T_1 \cdot \sin \alpha - P = 0 \text{ (ii)} \end{cases}$

Da equação (i), temos:

$T_1 = T_2 \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \alpha}$; como $\cos \alpha > \cos \theta \Rightarrow T_2 > T_1$ ($T_2 = T_{MAX}$, no instante da ruptura)

$T_1 = T_{MAX} \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \alpha} = 588,75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{13}{12} \approx 451kgf$

Substituindo na equação (ii), temos:

$P_{MAX} = 588,75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 451 \cdot \frac{5}{13} \approx 589,8kgf$

Porém o peso da caixa d'água é formado pelo peso da caixa e o da água:

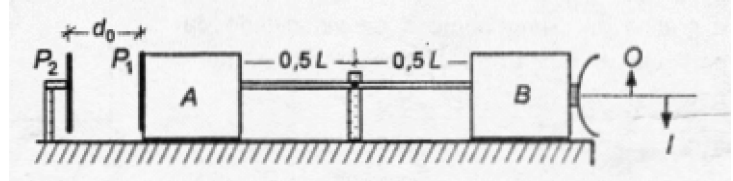
$P_{MAX} = P_{caixa} + P_{água} \Rightarrow 589,8 = 125 + P_{água} \Rightarrow P_{água} = 464,8kgf \approx 464,8 \ell$

$\Delta t = \frac{volume}{vazão} = \frac{464,8 \ell}{500 \ell / 60 \text{ min}} \approx 55,8$ min

06. (IME 2008) Em certa experiência, ilustrada na figura abaixo, uma fina barra de latão de comprimento L=8m, inicialmente à temperatura de 20°C, encontra-se fixada pelo ponto médio a um suporte preso à superfície e pelas extremidades a dois cubos idênticos A e B, feitos de material isolante térmico e elétrico. A face esquerda do cubo A está coberta por uma fina placa metálica quadrada P₁, distante d₀ = 5cm de uma placa idêntica P₂ fixa, formando um capacitor de 12μF, carregado com 9μC. Na face direita do cubo B está fixado um espelho côncavo distante 11 cm de um objeto O, cuja imagem I está invertida. Aquece-se a barra a té a temperatura T em °C, quando então a distância entre O e I se torna igual a 24 cm e a imagem I, ainda invertida, fica com quatro vezes o tamanho do objeto O. Considerando a superfície sob os cubos sem atrito, determine:

a) a distância focal do espelho;
 b) a tensão elétrica entre as placas ao ser atingida a temperatura T;
 c) a temperatura T.

Dados: coeficiente de dilatação linear do latão (α) = $1,8 \times 10^{-5}$ (°C)⁻¹



Solução:

Na situação final a imagem é invertida e 4 vezes maior que o objeto.

$$A = \frac{i}{o} = -4 = -\frac{p'_2}{p_2} \rightarrow p'_2 = 4p_2, \text{ sendo que } p_2 \text{ e } p'_2 \text{ são ambos}$$

positivos (objeto e imagem reais).

$$\text{A distância final entre O e I é de 24 cm: } |p'_2 - p_2| = 24$$

$$\text{Então } |4p_2 - p_2| = 24 \rightarrow 3p_2 = 24 \rightarrow p_2 = 8 \text{ cm e } p'_2 = 32 \text{ cm}$$

$$\text{Usando a equação dos pontos conjugados: } \frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \rightarrow f = 32/5 = 6,4 \text{ cm} = \text{distância focal do espelho (a)}$$

Do enunciado temos que $p_1 = 11 \text{ cm}$, logo houve uma diferença de 3m que corresponde à metade da variação de comprimento da barra (pois a barra está fixa por seu ponto médio).

Este deslocamento de 3cm será o mesmo do lado esquerdo.

Assim a distância final d entre as placas P_1 e P_2 será calculada por:

$$d' = d_0 - 3 = 5 - 3 = 2 \text{ cm.}$$

$$\text{Na situação inicial temos } V = Q/C = 9\mu\text{C}/12\mu\text{F} = 0,75 \text{ V}$$

$$\text{Como o campo no capacitor é uniforme temos: } V = E d_0 \rightarrow E = V/d_0 \rightarrow E = 0,75/0,05 = 15 \text{ V/m}$$

Na situação final o campo é o mesmo, logo:

$$V' = E d' = 15 \cdot 0,02 = 0,3 \text{ V} \quad (\text{b})$$

Da dilatação temos:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T; \text{ usando } \Delta L = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m e } L = 8 \text{ m temos:}$$

$$0,06 = 1,8 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = 10^4/24 = 416,6 \text{ }^\circ\text{C} = T - T_1.$$

$$\text{Assim } T = 416,6 + T_1 = 416,6 + 20 = 436,6 \text{ }^\circ\text{C} \quad (\text{c})$$

07. (IME 2008) Considere uma pequena bola de gelo de massa M suspensa por um fio de densidade linear de massa ρ e comprimento L à temperatura ambiente. Logo abaixo deste fio, há um copo de altura H e diâmetro D boiando na água. Inicialmente o copo está em equilíbrio com um comprimento C submerso. Este fio é mantido vibrando em sua frequência natural à média que a bola de gelo derrete e a água cai no copo. Determine a frequência de vibração do fio quando o empuxo for máximo, ou seja, quando o copo perder sua flutuabilidade.

Dados: aceleração da gravidade = g

Massa específica da água = μ .

Solução:

Equilíbrio inicial do copo:

$$P_C = E \Rightarrow P_C = \mu \cdot g \cdot V_{\text{SUB}}$$

$$P_C = \frac{\mu \cdot g \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C}{4}$$

Equilíbrio final do copo:

$$E' = \mu \cdot g \cdot V_{\text{SUB}}' \Rightarrow$$

$$E' = \frac{\mu \cdot g \cdot \pi \cdot D^2 \cdot H}{4}$$

$$P_C + P_A = E' \Rightarrow P_A = \frac{\mu \cdot g \cdot \pi \cdot D^2 \cdot (H - C)}{4}$$

$$\text{Peso final do bloco de gelo: } M'g = M \cdot g - P_A \Rightarrow$$

$$M'g = \frac{(4 \cdot M - \mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot (H - C)) \cdot g}{4}$$

$$\text{Tração final no fio: } T' = M'g$$

$$\text{Velocidade final de propagação da onda no fio: } v' = \sqrt{\frac{T'}{\rho}} \Rightarrow$$

$$v' = \sqrt{\frac{(4 \cdot M - \mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot (H - C)) \cdot g}{4 \cdot \rho}}$$

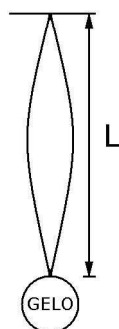
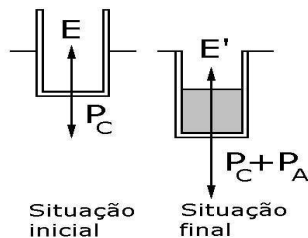
Da figura, temos:

$$\frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = 2 \cdot L$$

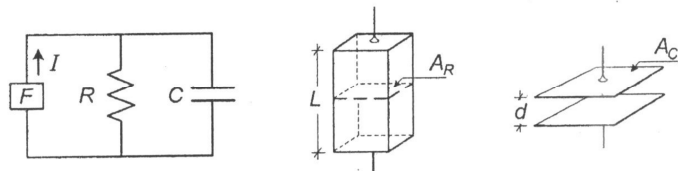
Então, frequência final será dada por:

$$f' = \frac{v'}{\lambda'} \Rightarrow$$

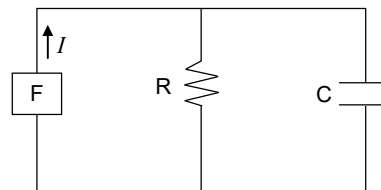
$$f' = \frac{1}{4 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{(4 \cdot M - \mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot (H - C)) \cdot g}{\rho}}$$



08. (IME 2008) O circuito ilustrado na figura representa um dispositivo F capaz de gerar uma corrente contínua e constante I , independentemente dos valores da resistência R e capacitância C . Este circuito encontra-se sujeito a variações na temperatura ambiente $\Delta\theta$. O calor dilata apenas as áreas A_C das placas do capacitor e A_R da seção reta do resistor. Considere que não variem com a temperatura a distância d entre as placas do capacitor, a permissividade ϵ do seu dielétrico, o comprimento L do resistor e sua resistividade ρ . Determine a relação entre os coeficientes de dilatação superficial β_C das placas do capacitor e β_R da seção reta do resistor, para que a energia armazenada pelo capacitor permaneça constante e independente da variação da temperatura $\Delta\theta$. Despreze o efeito *Joule* no resistor e adote no desenvolvimento que $(\beta_R \Delta\theta)^2 \ll 1$.



Solução:



$$\text{A capacitância inicial } (C_0) \text{ é dada por: } C_0 = \frac{\epsilon \cdot A_C}{d}$$

$$\text{A resistência inicial } R_0 \text{ é expressa por: } R_0 = \frac{\rho \cdot L}{A_R}$$

A ddp entre os terminais do resistor (U) é dada por: $U = R i$
Desta forma, a energia eletrostática armazenada nas placas do capacitor, é calculada por:

$$E_{\text{inicial}} = \frac{C_0 \cdot U_0^2}{2} = \frac{C_0 \cdot (R_0 i)^2}{2} = \frac{\epsilon \cdot A_C}{2d} \cdot \left(\frac{\rho L}{A_R}\right)^2 \cdot i^2$$

Ao sofrer uma variação de temperatura $\Delta\theta$, os novos valores da resistência R , da capacitância C e da energia armazenada no capacitor serão:

$$C = \frac{\epsilon \cdot A_C (1 + \beta_C \Delta\theta)}{d} \quad R = \frac{\rho L}{A_R (1 + \beta_R \Delta\theta)}$$

$$E_{\text{final}} = \frac{\epsilon A_C (1 + \beta_C \Delta\theta)}{2d} \cdot \left(\frac{\rho L}{A_R (1 + \beta_R \Delta\theta)}\right)^2 \cdot i^2$$

Como a energia eletrostática armazenada no capacitor permanece a mesma, temos

$$E_{\text{inicial}} = E_{\text{final}}$$

$$\frac{\epsilon \cdot A_C}{2d} \cdot \left(\frac{\rho L}{A_R}\right)^2 \cdot i^2 = \frac{\epsilon A_C (1 + \beta_C \Delta\theta)}{2d} \cdot \left(\frac{\rho L}{A_R (1 + \beta_R \Delta\theta)}\right)^2 \cdot i^2$$

$$\frac{(1 + \beta_C \Delta\theta)}{(1 + \beta_R \Delta\theta)^2} = 1 \quad \text{Como } (\beta_R \Delta\theta)^2 \ll 1, \text{ então:}$$

$$(1 + \beta_R \Delta\theta)^2 = 1 + 2\beta_R \Delta\theta + (\beta_R \Delta\theta)^2 \approx 1 + 2\beta_R \Delta\theta, \text{ logo:}$$

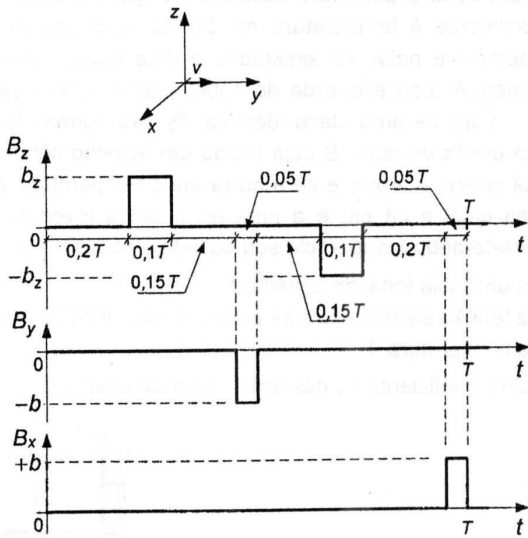
$$1 = \frac{(1 + \beta_C \Delta\theta)}{(1 + \beta_R \Delta\theta)^2} \approx \frac{1 + \beta_C \Delta\theta}{1 + 2\beta_R \Delta\theta} \Rightarrow \beta_C \approx 2\beta_R$$

09. (IME 2008) Uma partícula com carga elétrica positiva q e massa M apresenta velocidade inicial v na direção y e em $t = 0$, de acordo com a figura ao lado. A partícula está submetida a um campo magnético variável e periódico, cujas componentes estão mostradas na figura ao lado em função do tempo. Verifica-se que durante o primeiro pulso da componente B_z , a partícula realiza uma trajetória de um quarto de circunferência, enquanto que no primeiro pulso da componente B_y realiza uma trajetória de meia circunferência. Determine:

a) o período T em função de M , q e b_z ;

b) a relação b / b_z ;

c) o gráfico da componente x da velocidade da partícula em função do tempo durante um período.



Solução:

a) No primeiro pulso de B_z , o período do movimento circular uniforme (MCU) devido ao campo magnético de intensidade b_z é dado por:

$$\frac{2\pi M}{qb_z} = 4 \cdot 0,1T \quad (1) \quad \text{Isolando-se } T: \quad T = \frac{5\pi M}{qb_z}$$

b) No primeiro pulso de B_y , o período do movimento circular uniforme devido ao campo magnético de intensidade b é dado por:

$$\frac{2\pi M}{qb} = 2 \cdot 0,05T \quad (2) \quad \text{Utilizando-se (1) e (2), tem-se:} \quad \frac{b}{b_z} = 4$$

c) Dividindo-se o percurso da partícula em trechos I, III, III, ..., VIII, tem-se:

I) Movimento retilíneo uniforme (MRU) na direção e sentido de y , no intervalo $0 \leq t_I < 0,2T$.

No percurso $v_x(t) = 0$.

II) Um quarto de circunferência em MCU, com campo magnético na direção e sentido de z , no intervalo $0,2T \leq t_{II} < 0,3T$. A direção e sentido do movimento mudam para o mesmo do eixo x . A variação angular da direção da velocidade em relação ao tempo é determinada por:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0 - \pi/2}{0,1T} = \frac{\varphi(t) - \pi/2}{t - 0,2T}$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = -\frac{5\pi}{T}(t - 0,2T) + \frac{\pi}{2}$$

Determinando-se a componente $v_x(t)$ no intervalo, tem-se:

$$v_x(t) = v \cos\left[-\frac{5\pi}{T}(t - 0,2T) + \frac{\pi}{2}\right]$$

III) MRU na direção e sentido de x , no intervalo $0,3T \leq t_{III} < 0,45T$.

No percurso $v_x(t) = v$.

IV) Meia circunferência em MCU, com campo magnético na direção de y e sentido oposto, no intervalo $0,45T \leq t_{IV} < 0,5T$. A direção e sentido do movimento mudam até que o vetor velocidade tenha sentido oposto ao eixo x . A variação angular da direção da velocidade em relação ao tempo é determinada por:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\pi}{0,05T} = \frac{\varphi(t) - 0}{t - 0,45T} \Rightarrow \varphi(t) = \frac{20\pi}{T}(t - 0,45T)$$

Determinando-se a componente $v_x(t)$ no intervalo, tem-se:

$$v_x(t) = v \cos\left[\frac{20\pi}{T}(t - 0,45T)\right]$$

V) MRU no sentido oposto de x , no intervalo $0,5T \leq t_V < 0,65T$.

No percurso $v_x(t) = -v$.

VI) Um quarto de circunferência em MCU, com campo magnético no sentido oposto de z , no intervalo $0,65T \leq t_{VI} < 0,75T$. A direção e sentido do movimento mudam para no sentido oposto do eixo y . A variação angular da direção da velocidade em relação ao tempo é determinada por:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3\pi/2 - \pi}{0,1T} = \frac{\varphi(t) - \pi}{t - 0,65T}$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = \frac{5\pi}{T}(t - 0,65T) + \pi$$

Determinando-se a componente $v_x(t)$ no intervalo, tem-se:

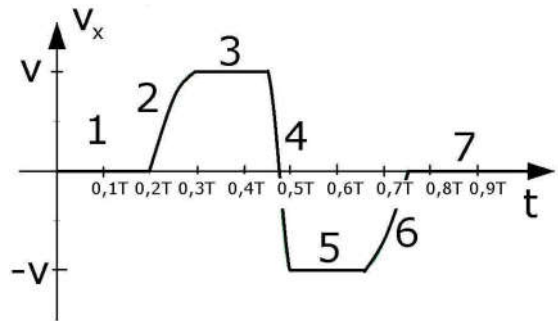
$$v_x(t) = v \cos\left[\frac{5\pi}{T}(t - 0,65T) + \pi\right]$$

VII) MRU no sentido oposto de y , no intervalo $0,75T \leq t_V < 0,95T$.

No percurso $v_x(t) = 0$.

VIII) Meia circunferência em MCU, com campo magnético na direção e sentido de x , no intervalo $0,95T \leq t_{VIII} < T$. A direção e sentido do movimento mudam até que o vetor velocidade tenha mesma direção e sentido do eixo z . Nesse percurso a velocidade se mantém perpendicular ao eixo x , portanto $v_x(t) = 0$.

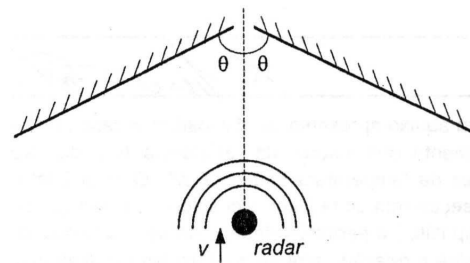
Representando graficamente $v_x \times t$, tem-se:



10. (IME 2008) Um radar Doppler foi projetado para detectar, simultaneamente, diversos alvos com suas correspondentes velocidades radiais de aproximação. Para isso, ele emite uma onda eletromagnética, uniformemente distribuída em todas as direções e, em seguida, capta os ecos refletidos que retornam ao radar.

Num experimento, o radar é deslocado com velocidade constante v em direção a um par de espelhos, conforme ilustra a figura abaixo. Calcule os vetores de velocidade relativa (módulo e direção) de aproximação dos quatro alvos simulados que serão detectados pelo radar após as reflexões no conjunto de espelhos, esboçando para cada um dos alvos a trajetória do raio eletromagnético no processo de detecção.

Dado: $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{3}$

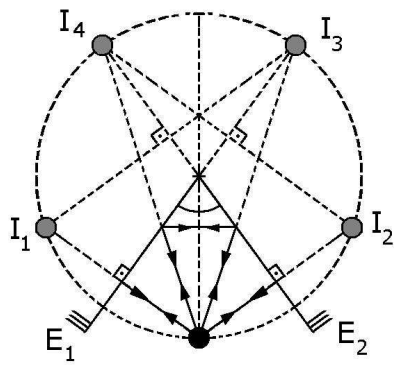
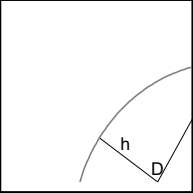


Solução:

Número de imagens formadas pelo objeto no plano bissetor dos espelhos:

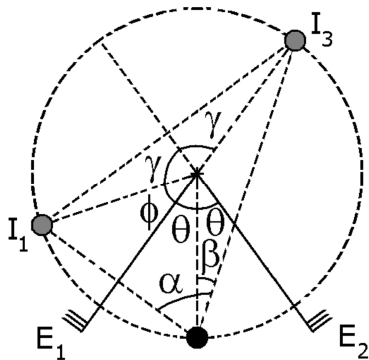
$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{360^\circ}{n+1} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \text{ Logo:}$$

$$2 \cdot \theta = \alpha \Rightarrow \theta = 36^\circ$$



As ondas emitidas pelo radar refletem nos espelhos e retornam ao radar conforme o esquema acima.

Embora a figura anterior deixe claro as relações entre os ângulos dos vetores velocidade do radar e de suas imagens, faremos uma análise mais geral, pois dificilmente o candidato faria um desenho tão preciso quanto o desta figura. Basearemos nossa análise no próximo esquema, mais simples de ser feito. Observando-o, temos que:



α é ângulo inscrito ; $2 \cdot \gamma$ é ângulo central

Logo: $2 \cdot \gamma = 2 \cdot \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha$

Por simetria, visto que I_1 é imagem do radar formada pelo espelho E_1 , temos: $\phi = \theta$

Além disso: $2 \cdot \theta + \phi + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \gamma = 180^\circ - 3 \cdot \theta$

$\alpha - \beta + \theta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - 2 \cdot \theta$

Conforme a próxima figura, o módulo da velocidade relativa de I_3 em relação ao radar é dada por:

$$|\vec{v}_{3R}| = 2 \cdot v \cdot \cos \beta = 2 \cdot v \cdot \cos(90^\circ - 2 \cdot \theta)$$

$$|\vec{v}_{3R}| = 2 \cdot v \cdot \text{sen}(2 \cdot \theta)$$

O módulo da velocidade relativa de I_1 em relação ao radar é dada

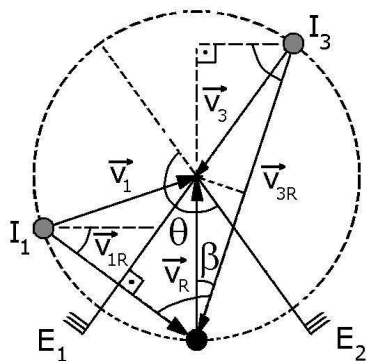
$$\text{por: } |\vec{v}_{1R}| = 2 \cdot v \cdot \text{sen} \theta$$

$$\text{Por simetria, } |\vec{v}_{2R}| = |\vec{v}_{1R}| \text{ e } |\vec{v}_{4R}| = |\vec{v}_{3R}|$$

Além disso, da próxima figura temos que as direções de \vec{v}_{1R} e de \vec{v}_{3R} em relação à horizontal são $360^\circ - \theta$ e

$180^\circ + (90^\circ - \beta) = 180^\circ + 2\theta$, enquanto que as direções de

\vec{v}_{2R} e \vec{v}_{4R} são $180^\circ + \theta$ e $360^\circ - 2 \cdot \theta$, por simetria.



Uma observação que devemos fazer é que o ângulo $\theta = 36^\circ$ na verdade se encontra no intervalo $\left] \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4} \right[$ e não no intervalo

$$\left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3} \right[$$

Cortesia: Resoluções Alferes Vestibulares