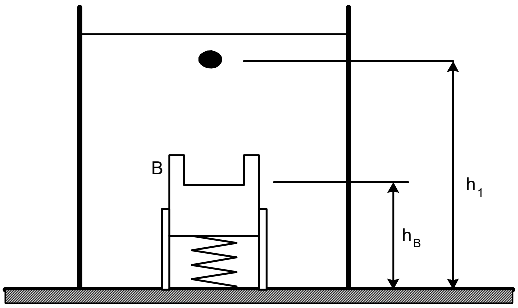
01.(IME 2002) Um corpo de massa m e volume v encontra-se imerso em um líquido com massa específica ρ, de acordo com a figura abaixo. Este corpo é solto a partir de uma altura h_1 e desloca-se até atingir o anteparo B, fazendo com que a mola com constante elástica k altere seu comprimento em um valor máximo igual a x. Considerando o sistema conservativo e tomando como referência a base do recipiente:

a. esboce, em um mesmo gráfico, as curvas das energias cinética e potencial gravitacional do corpo, além da energia potencial elástica da mola em função da altura h do corpo.

b. determine a expressão de cada uma dessas energias em função da altura h do corpo para o instante em que o mesmo é solto, para o instante em que atinge o anteparo na altura h_B, além do instante em que a mola alcança sua deformação máxima x.

Obs: despreze as massas da mola e do anteparo.



Resolução da 01:

Em primeiro lugar vamos expressar as energias potenciais e cinética.

$\boxed{E_{p\,grav} = \rho V g h}$ *(I)*

Usando o teorema da energia potencial para a força empuxo:

$$\tau_E^{ref\to h} = \underbrace{E_{P\,empuxo}}_{=0}(\text{posição de referência}) - E_{P\,empuxo}(h)$$

$\rho_L V g.h = -E_{p\,empuxo}(h) \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{p\,empuxo}(h) = -\rho_L V g h}$ *(II)*

Como o sistema é conservativo: $E_m = E_m^{\,início}$

$$E_m = \underbrace{E_c^i}_{0} + E^i_{pgrav} + E^i_{p\,empuxo}$$

$$\Rightarrow E_m = \rho V g h_1 - \rho_L V g h_1$$

$$E_m = (\rho - \rho_L) V g h_1 \quad (III)$$

A energia potencial elástica é dada por:

$$\boxed{E_{pel}(h) = \begin{cases} \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{k(h_B - h)^2}{2}, & para\ h \le h_B \\ 0, & para\ h > h_B \end{cases} \quad (IV)}$$

$E_m = E_c + E_{p\ grav} + E_{p\ empuxo} + E_{p\ e}$

Substituindo (I), (II), (III), (IV) e isolando a energia cinética

$E_c = (p - p_L)Vg\,(h_1 - h) - E_{pe}$

$$\boxed{\therefore E_c(h) = \begin{cases} -\dfrac{k}{2}(h_B - h)^2 - (\rho - \rho_L)gVh + (\rho - \rho_L)gVh_1, & para\ h \le h_B \\ -(\rho - \rho_L)Vg\,h + (\rho - \rho_L)gVh_1, & para\ h > h_B \end{cases} \quad (V)}$$

b) Para $h = h_1$ *(no instante em que o corpo é solto) as expressões (V), (I) e (IV) ficam:*

$\boxed{E_c(h_1) = 0}$ $\quad \boxed{E_{p\,grav}(h_1) = \rho V g\, h_1}$ $\quad \boxed{E_{p\,el}(h) = 0}$

Para $h = h_B$*, as energias ficam:*

$\boxed{E_c(h_B) = (\rho - \rho_L)gV\,(h_1 - h_B)}$ $\quad \boxed{E_{p\ grav}(h_B) = \rho\ Vg\ h_B}$

$\boxed{E_{p\,el}(h_B) = 0}$

No instante em que a mola alcança a sua deformação máxima x, $\boxed{h = h_B - x}$ *e a energia cinética deve ser nula.*

$$E_c(h_B - x) = 0$$

Usando (V):

$$0 = -(\rho - \rho_L)Vg\,(h_B - x) + (\rho - \rho_L)g\,Vh_1 - \frac{kx^2}{2}$$

$$x^2 - \frac{2(\rho - \rho_L)}{k}Vg.x - 2\frac{(\rho - \rho_L)gV(h_1 - h_B)}{k} = 0$$

Resolvendo esta equação em x:

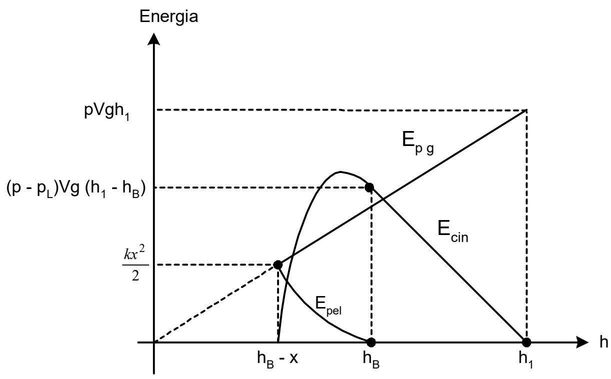
$$\boxed{x = \frac{(\rho - \rho_L)Vg}{k}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2(h_1 - h_B)}{\frac{(\rho - \rho_L)Vg}{k}}}\right]}$$

Tomou-se apenas a solução positiva para x (deformação máxima da mola).

Considerando o valor de x dado pela expressão, portanto (V), (I) e (IV) ficam

$$\boxed{\begin{aligned} &E_c(h_B - x) = 0 \\ &E_{p_{grav}} = \rho V g(h_B - x) \\ &E_{pelast} = \frac{kx^2}{2} \end{aligned}}$$

a) Como os gráficos necessitam das fórmulas, agora sim, partiremos para o item a. O gráfico que melhor representa as funções (I), (IV) e (V), para h dado por $h_B - x \le h \le h_1$ *é:*



02. (IME 2002) Duas barras B_1 e B_2 de mesmo comprimento L e de coeficientes de dilatação térmica linear α_1 e α_2, respectivamente, são dispostas conforme ilustra a figura1. Submete-se o conjunto a uma diferença de temperatura ΔT e então, nas barras aquecidas, aplica-se uma força constante que faz com que a soma de seus comprimentos volte a ser 2L. Considerando que o trabalho aplicado sobre o sistema pode ser dado por W=F.ΔL, onde ΔL é a variação total de comprimento do conjunto, conforme ilustra a figura 2, e que $\alpha_1=1{,}5\alpha_2$, determine o percentual desse trabalho absorvido pela barra de maior coeficiente de dilatação térmica.

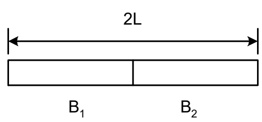


figura 1

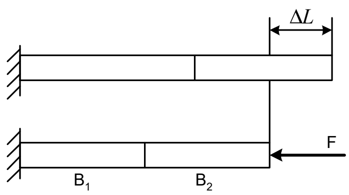


figura 2

Resolução da 02:

PRIMEIRA SOLUÇÃO :

Cálculo de ΔL : $\Delta L = L_0\alpha_1\Delta T + L_0\alpha_2\Delta T = L_0 1{,}5\alpha_2\Delta T + L_0\alpha_2\Delta T$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta L = 2{,}5.L_0\alpha_2\Delta T}$

Cálculo do Trabalho Total : $W = F.\ \Delta L = F.\ 2{,}5.L_0\alpha_2\Delta T$

Admitindo que as barras voltem aos seus comprimentos originais, logo o trabalho absorvido pela barra 1 é dado por :

$W = F.\ \Delta L_1 = F.L_0 1{,}5\alpha_2\Delta T$

Assim podemos encontrar o que se pede :

$$\boxed{\frac{W_1}{W}=\frac{FL_0 1{,}5\alpha_2\Delta T}{F2{,}5L_0\alpha_2\Delta T}=60\%}$$

SEGUNDA SOLUÇÃO :

A força F é aplicada no conjunto em série formado pelas barras B_1 e B_2.

Cada barra sofre ação da mesma força F, imposto pelo principio de ação-e-reação no ponto de contato ente B_1 e B_2. Cada barra obedece à lei de Hook individualmente para a força elástica correspondente a uma deformação:

$F = k_1\,\Delta\ell_1$ (I) e $F = k_2\,\Delta\ell_2$ (II)

Nas quais k_1 e k_2 são constantes elásticas e $\Delta\ell_1$ e $\Delta\ell_2$ ($\Delta\ell_1 \neq \Delta\ell_2$ se $k_1 \neq k_2$) são as respectivas deformações devido à força de compressão F (não são dilatações térmicas).

Utilizando-se (I) e (II) em $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2$ obtém-se:

$$F=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\Delta\ell \quad (III)$$

Segundo o enunciado o trabalho W da força elástica na deformação total ($\Delta\ell$) deve ser calculado como: $W = F\,.\,\Delta\ell$

Substituindo (III): $W=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}.\Delta\ell^2 \Rightarrow W=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}(\Delta\ell_1+\Delta\ell_2)$

Utilizando (I) e (II) para eliminar $\Delta\ell_2$ obtém-se :

$$\boxed{W=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\left(\Delta\ell_1+\frac{k_1}{k_2}\Delta\ell_1\right)\ (IV)}$$

Pela mesma expressão para a determinação do trabalho, no caso da barra B_1:

$W_1 = F.\Delta\ell_1$ *Utilizando (I) :* $W_1 = k_1\,\Delta\ell_1^2$ (V)

Determinando a razão $\frac{W_1}{W}$ a partir de (IV) e (V), obtém-se:

$$\frac{W_1}{W}=\frac{k_1\,\Delta\ell_1^2}{\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}(1+\frac{k_1}{k_2})^2\Delta\ell_1^2}\qquad \frac{W_1}{W}=\frac{(k_1+k_2)}{k_2(1+\frac{k_1}{k_2})(1+\frac{k_1}{k_2})}\Leftrightarrow \boxed{\frac{W_1}{W}=\frac{k_2}{k_1+k_2}}$$

Um cálculo considerando as deformações de compressão $\Delta\ell_1$ e $\Delta\ell_2$ presentes em (I) e (II) como sendo iguais as dilatações térmicas $\Delta\ell'_1 = \alpha_1 L\ \Delta T$ e $\Delta\ell'_2 = \alpha_2\, L\Delta T$ (VI) fornece $\frac{W_1}{W}=60\%$.

(VIDE PRIMEIRA SOLUÇÃO).

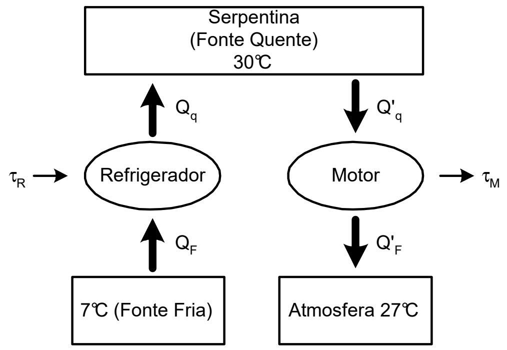
No entanto, para haver a coincidência $\Delta\ell_1 = \Delta\ell'_1$ e $\Delta\ell_2 = \Delta\ell'_2$, as expressões (I),(II) e (VI) impõem que deve haver as coincidências nos valores: $\boxed{k_1\,\alpha_1 = k_2\,\alpha_2}$

03. (IME 2002) Ao analisar o funcionamento de uma geladeira de 200W, um inventor percebe que a serpentina de refrigeração se encontra a uma temperatura maior que a ambiente e decide utilizar este fato para gerar energia. Ele afirma ser possível construir um dispositivo que opere em um ciclo termodinâmico e que produza 0,1 hp. Baseado nas Leis da Termodinâmica, discuta a validade da afirmação do inventor. Considere que as temperaturas da serpentina e do ambiente valem, respectivamente, 30°C e 27°C. Suponha também que a temperatura no interior da geladeira seja igual a 7°C.

Dado: 1 hp = 0,75 kW

Resolução da 03:

O esquema geral de funcionamento do motor acoplado nesse refrigerador é:



Rendimento do Refrigerador

$$\Rightarrow \eta_R=\frac{\frac{Q_F}{\Delta t}}{\frac{\tau_R}{\Delta t}}=\frac{\frac{Q_F}{\Delta t}}{200}\qquad \boxed{\Rightarrow \frac{Q_F}{\Delta t}=\eta_R.200\ (I)}$$

Como $\frac{Q_q}{\Delta t}=\frac{\tau_R}{\Delta t}+\frac{Q_F}{\Delta t}$, *de (I) tem-se :* $\boxed{\frac{Q_q}{\Delta t}=200(1+\eta_R)\ (II)}$

Rendimento do Motor $\boxed{\Rightarrow \eta_M=\frac{\frac{\tau_M}{\Delta t}}{\frac{Q'_q}{\Delta t}}\Rightarrow \frac{\tau_M}{\Delta t}=\eta_M\frac{Q'_q}{\Delta t}\ (III)}$

Considerando que não há acúmulo de calor na serpentina (regime estacionário):

$\frac{Q_q}{\Delta t}=\frac{Q'_q}{\Delta t}$, *então, de (II) e (III):* $\boxed{\frac{\tau_M}{\Delta t}=\eta_M(1+\eta_R)200\ (IV)}$

Como

$$\eta_R=\frac{Q_F}{Q_q-Q_F}\le \underbrace{\frac{T_F}{T_q-T_F}}_{\text{rendimento máximo do Refrigerador}}\Leftrightarrow$$

$$\boxed{\eta_R\le\frac{280}{303-280}\ (V)}$$

$$E\ \ \eta_M=\frac{Q'_q-Q_F}{Q'_q}\le\underbrace{\frac{T_q-T_F}{T_q}}_{\text{rendimento máximo do motor}}\Leftrightarrow$$

$$\boxed{\eta_M\le\frac{303-300}{303}\ (VI)}$$

Usando (V) e (VI) em (IV):

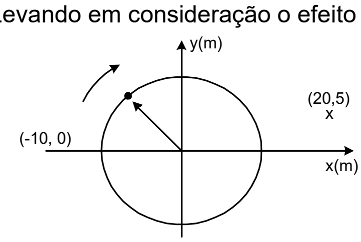
$$\frac{\tau_M}{\Delta t}=\eta_M(1+\eta_R)200\le\frac{303-300}{303}\left(1+\frac{280}{303-280}\right)200\ \therefore \boxed{\frac{\tau_M}{\Delta t}\le 26\,W}$$

Portanto, a maior potência útil possível para o motor nessas condições 26 W é inferior ao valor 75 W (0,1hp). Dessa maneira faz-se impossível a construção do dispositivo.

04. (IME 2002) Um corpo realiza um movimento circular uniforme, no sentido horário com velocidade angular ω = π rad/s sobre uma circunferência de raio igual a 10 metros emitindo um som de 1 kHz, conforme a figura abaixo.

Um observador encontra-se no ponto de coordenadas (20,5), escutando o som emitido pelo corpo. Aciona-se um cronômetro em t = 0, quando o corpo passa pelo ponto (–10,0).

Levando em consideração o efeito Doppler, determine:



a. a menor freqüência percebida pelo observador;

b. a maior freqüência percebida pelo observador;

c. a freqüência percebida em t = 1/6 s.
Dado: velocidade do som = 340 m/s.

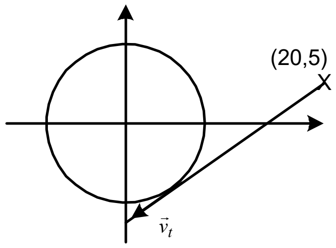
Resolução da 04:

Temos os seguintes dados do enunciado :
$f = 1000\ Hz,\ v_{som} = 340\ m/s,\ w = \pi\ rad/s,\ r = 10m.$

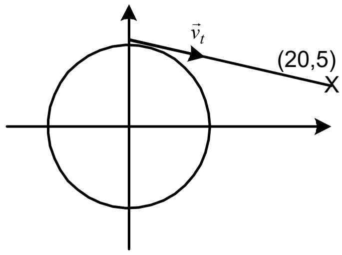
$$v_t = w.r \Rightarrow v_t = 10\pi\, m/s.$$

O observador perceberá a menor freqüência quando o corpo estiver se afastando com uma velocidade (tangencial) na direção da reta tangente à circunferência que passa pelo ponto (20,5) e perceberá a maior freqüência quando o corpo estiver se aproximando com uma velocidade (tangencial) na direção da outra reta tangente à circunferência que passa pelo ponto (20,5) , conforme esquema abaixo :

a) menor freqüência



b) maior freqüência



maior velocidade de afastamento

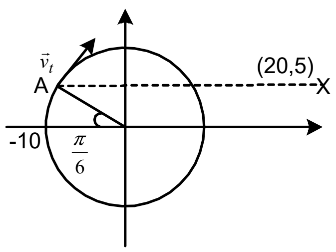
Pela expressão do efeito Doppler : $f' = f\left(\dfrac{v_{som}}{v_{som} + v_t}\right)$

$$\Leftrightarrow f' = 1000\left(\frac{340}{340 + 10\pi}\right) \approx 915{,}4\,Hz$$

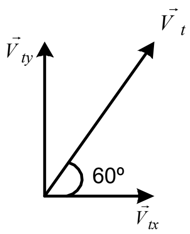
maior velocidade de aproximação
Pela expressão do efeito Doppler :

$$f' = f\left(\frac{v_{som}}{v_{som} - v_t}\right) \Leftrightarrow f' = 1000\left(\frac{340}{340 - 10\pi}\right) \approx 1101{,}8\,Hz$$

c) Em t = 1/6 s o deslocamento angular terá sido de $\pi/6$ rad, portanto a configuração será a seguinte :



O ponto A será $x_A = -\,10.\cos(\pi/6)$ e $y_A = 10.\text{sen}(\pi/6) = 5m$, isto é a componente vertical do vetor posição vale 5m, ou seja, o corpo está alinhado horizontalmente com o observador.



Assim sendo, podemos decompor o vetor velocidade segundo os eixos x e y : $v_{tx} = v_t/2 = 5\,\pi\, m/s$
Somente a componente horizontal da velocidade atingirá o observador $\Rightarrow$ Pela expressão do efeito Doppler :

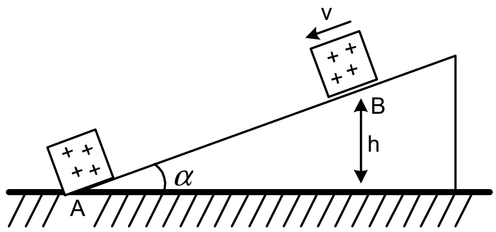
$$f' = f\left(\frac{v}{v - v_{tx}}\right) \Leftrightarrow f' = 1000\left(\frac{340}{340 - 5\pi}\right) \approx 1048{,}4\,Hz$$

05. (IME 2002) Sobre um plano inclinado sem atrito e com ângulo α=30º, ilustrado na figura a seguir, encontram-se dois blocos carregados eletricamente com cargas q_1=+2.10^{-3}C e q_2 = + $\frac{1}{9}.10^{-4}\,C$. Sabe-se que o bloco 1 está fixado na posição A e que o bloco 2 é móvel e possui massa m_2 = 0,1 kg. Num certo instante, o bloco 2 encontra-se a uma altura h = 8m e desloca-se com velocidade linear $v = \sqrt{90} \cong 9{,}49\,m/s$, como mostra a figura abaixo. Determine:

a. as distâncias mínima e máxima entre os dois blocos

b. a máxima velocidade linear que o bloco 2 atinge.

Obs: para fins de cálculo, considere os blocos puntiformes.
Dados: aceleração da gravidade g = 10 m/s^2
constante eletrostática k = 9.10^9 Nm^2/C^2.



Resolução da 05:

No sistema temos a seguinte energia inicial :
$E_{cinética\ inicial} = m.v_i^2/2 = 4{,}5\ J \Leftrightarrow \boxed{E_{Ci} = 4{,}5\ J}$
$E_{potencial\ gravitacional} = mgh_i \Leftrightarrow \boxed{E_{Pi} = 8\ J}$
$E_{elétrica\ inicial} = k.Q_1.Q_2/\,d_i \Leftrightarrow \boxed{E_{Ei} = 12{,}5\ J}$ *pois*
$d_i = h_i/\,sen30^o = 2.h_i = 16\ m$

a) A distância será mínima quando as energias potencial, gravitacional e cinética forem mínimas e a energia potencial elétrica for máxima. Como o bloco está descendo, ele irá parar devido à força de repulsão eletrostática. Neste instante, a distância será mínima e a energia cinética será nula.
A energia cinética também será nula na posição de distância máxima uma vez que o bloco estará subindo e terá que parar para iniciar a descida.
Neste instante ele estará o mais distante possível do solo e do outro bloco.
Assim, teremos :

$$\boxed{E_{Cf} = 0} \qquad \boxed{E_{Pf} = mgh_f} \qquad \boxed{E_{Ef} = \frac{kQ_1Q_2}{\dfrac{h_f}{\text{sen}\,30^o}} = \frac{kQ_1Q_2}{2h_f}}$$

Como o sistema é conservativo $E_{mfinal} = E_{minicial}$

$$\Leftrightarrow 0 + mgh_f + \frac{kQ_1Q_2}{2h_f} = 4{,}5 + 8 + 12{,}5 = 25$$

$\Leftrightarrow h_f + 100/h_f = 25$ $\Leftrightarrow$ *resolvendo obtemos*

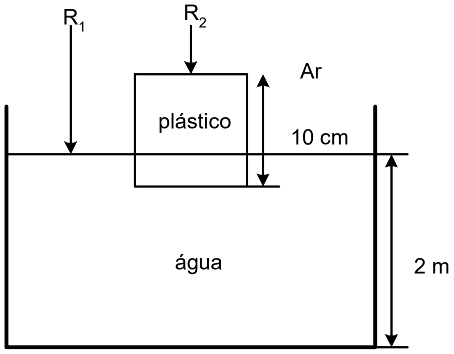
$h_f = 5m$ *(altura mínima) assim* $\boxed{\text{distância mínima} = 2.5 = 10m}$
ou
$h_f = 20m$ *(altura máxima) assim* $\boxed{\text{distância máxima} = 2.20 = 40m}$.
b) Para que a velocidade linear seja máxima devemos ter : $\boxed{P_t = F_{ele}}$ *pois neste instante se iniciará o freamento do bloco pela ação da força elétrica que passará a ser maior que P_t (projeção do Peso na direção tangencial).*

Então sendo $P_t = F_{ele} \Leftrightarrow m.g.sen\alpha = \dfrac{kQ_1Q_2}{\left(\dfrac{h_f}{\text{sen}\,\alpha}\right)^2} \Leftrightarrow \boxed{h=10m}$

Como o sistema é conservativo $E_m = E_{minicial}$

$\Leftrightarrow 0{,}05.v^2 + h + 100/h = 25$ *, sendo h =10m então* $\boxed{v_2 = 10\ m/s}$

06. (IME 2002) Dois raios luminosos R_1 e R_2, incidem verticalmente em uma piscina. O raio R_2, antes de penetrar na água, passa por um cubo de plástico transparente, com 10 cm de aresta, que está flutuando na superfície. Determine:



a. qual dos dois raios chega primeiro ao fundo da piscina;

b. o intervalo de tempo entre a chegada do primeiro raio ao fundo da piscina e a chegada do segundo.

Dados:
profundidade da piscina: 2m
massa específica do plástico: 200 kg/m^3
massa específica da água: 1000 kg/m^3
índice de refração do plástico: 1,55
índice de refração da água: 1,33
índice de refração do ar: 1,00
velocidade da luz no ar: 3,00 . 10^8 m/s

Resolução da 06:

Analisemos primeiramente o equilíbrio das forças:

$$P = E$$

$$d_c.g.S.h_c = d_L.g.S.h_i \quad ; \qquad d_c.h_c = 200.0{,}1 = 20m$$

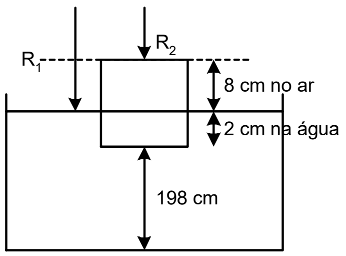
$$\Leftrightarrow \; 20 = 1000\ h_i$$

$$\Leftrightarrow \; h_i = 0{,}02\ m = 2cm$$

$\therefore$ *h = 2 cm que é a altura do corpo imersa na água.*
Sabemos que

$$v_{MEIO} = \frac{c}{n_{meio}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \boxed{\Delta t = \frac{n_{meio}\Delta s}{c}}$$

Nota: a unidade de comprimento adotada será o centímetro.



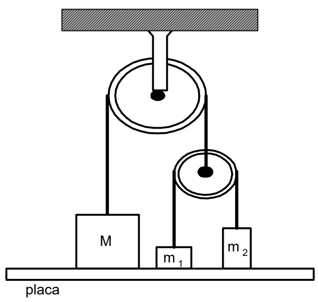
para R_1*:* $\Delta t_1 = \dfrac{1.8}{c} + \dfrac{1{,}33.200}{c} = \dfrac{274}{3.10^{10}} s$

para R_2*:* $\Delta t_2 = \dfrac{1{,}55.10}{c} + \dfrac{1{,}33.198}{c} = \dfrac{278{,}84}{3.10^{10}} s$

$$\Delta t_2 - \Delta t_1 = \frac{4{,}84}{3}.10^{-10} s$$

a) Como $\Delta t_2 > \Delta t_1$*, concluímos que o raio* R_1 *atingirá mais rapidamente o fundo da piscina.*
b) O intervalo de tempo entre as chegadas dos dois raios foi de aproximadamente $1{,}61\ .10^{-10}$ *s.*

07. (IME 2002) Sejam M, m_1 e m_2 as massas dos blocos homogêneos dispostos conforme a figura a seguir, inicialmente apoiados sobre uma placa horizontal. Determine a aceleração do bloco de massa m_1, em relação a roldana fixa, após a retirada da placa, sabendo que M = $m_1 + m_2$ e $m_1 < m_2$. Considere que não há atrito no sistema e despreze o peso das polias e das cordas que unem os blocos.

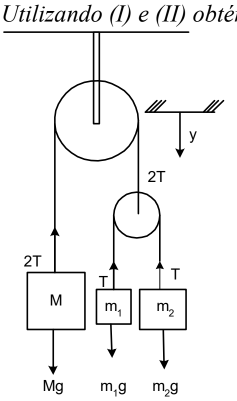


Resolução da 07:

Orientando-se um eixo y para baixo e considerando-se o referencial da roldana fixa (s) e adotando-se :
a_0 *= componente y da aceleração do bloco M no referencial (s) ;*
a_1 *e* a_2 *= componentes y dos blocos* m_1 *e* m_2 *no referencial (s) ;*
x = a aceleração da massa m_2 *no referencial da roldana móvel.*
Utilizando-se os valores acima obtém-se:

$$\begin{cases} a_2 = -a_0 + x \ (I) \\ a_1 = -a_0 + (-x) \ (II) \end{cases}$$

Utilizando (I) e (II) obtém-se: $\boxed{a_1 + a_2 = -2a_0}$ *(III)*



O esquema de forças para as componentes vetoriais na direção y (e não para as intensidades) fica:

$$\begin{cases} Mg - 2T = Ma_0 \\ m_1g - T = m_1a_1 \\ m_2g - T = m_2a_2 \end{cases}$$

Substituindo-se M = $m_1 + m_2$ *, (III) e organizando-se no sistema, obtém-se:*

$$\begin{cases} 0 & + & 0 & + & (m_1m_2).a_0 & + & 2T & = & (m_1+m_2).g \\ m_1a_1 & + & 0 & + & 0 & + & T & = & m_1.g \\ 0 & + & m_2a_2 & + & 0 & + & T & = & m_2.g \\ a_1 & + & a_2 & + & 2a_0 & + & 0 & = & 0 \end{cases}$$

Usando Cramer:

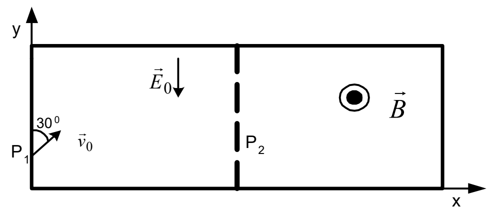
$$a_1 = \frac{D_{a_1}}{D} = \frac{\begin{vmatrix} (m_1+m_2)g & 0 & m_1+m_2 & 2 \\ m_1 g & 0 & 0 & 1 \\ m_2 g & m_2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 0 & m_1+m_2 & 2 \\ m_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & m_2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}} \Leftrightarrow$$

resolvendo por La Place obtém-se:

$$\boxed{a_1 = \frac{(m_1-m_2).(3m_2+m_1)}{m_1^2+6m_1m_2+m_2^2}.g} \quad ou \quad \boxed{a_1 = \frac{M^2-4m_1^2}{M^2+4m_1m_2}.g} \; .$$

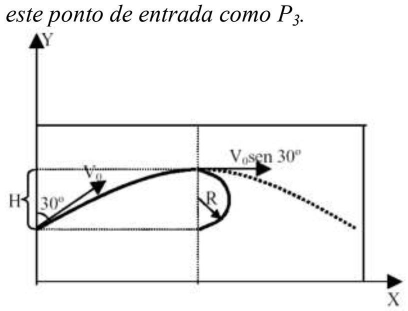
08. (IME 2002) O movimento, num plano horizontal de um pequeno corpo de massa m e carga positiva q, divide-se em duas etapas :
a) no ponto P_1, o corpo penetra numa região onde existe campo elétrico constante de módulo E_0, representado na figura;
b) o corpo sai da primeira região e penetra numa segunda região, onde existe um campo magnético constante, tendo a direção perpendicular ao plano do movimento e o sentido indicado na figura.

Na primeira região, ele entra com um ângulo de 30^o em relação à direção do campo elétrico, conforme está apresentado na figura. Na segunda região, ele descreve uma trajetória que é um semicírculo. Supondo que o módulo da velocidade inicial na primeira região é v_0, determine, em função dos dados :
1. a diferença de potencial entre os pontos em que o corpo penetra e sai da região com campo elétrico;
2. o módulo do campo magnético para que o corpo retorne à primeira região em um ponto P_2 com a mesma ordenada que o ponto P_1.



Resolução da 08:

Para que a trajetória na segunda região seja um semicírculo, o corpo entra nela com velocidade na direção x (v_x). Considere este ponto de entrada como P_3.



$v_{P3} = v_x = v_0.sen30^0 = v_0/2$

$d_{P3P2} = H = 2R.$

Como o sistema é conservativo do ponto P_1 até P_3, por somente estar sob a influência do campo Elétrico, E_{mec} no P_1 = E_{mec} no P_3

$$E_{C_1} = E_{C_3} + E_{P_{3\ em\ rel\ a\ 1}} \Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m\left(\frac{v_0^2}{2}\right)}{2} + q.U \Leftrightarrow$$

$$\boxed{U = \frac{3m.v_0^2}{8q} \quad resposta\ 1.}$$

(2) Como o campo elétrico é uniforme, então : $U = E_0 . H \Leftrightarrow$

$$\boxed{H = \frac{3mv_0^2}{8E_0q}} ...(II)$$

$$F_R = F_{centrípeta} = F_{magnética} \Leftrightarrow \frac{mv^2}{R} = q\,vB \;\therefore\; B = \frac{mv}{qR} \; substituindo$$

v por $v_0/2$ e R por $H/2$ tem-se :

$$B = \frac{m\frac{v_0}{2}}{q.\frac{3mv_0^2}{8qE_0.2}} \Leftrightarrow \boxed{B = \frac{8E_0}{3v_0}}$$

09. (IME 2002) Um conjunto é constituído por dois cubos colados. O cubo base, de lado L, recebe, sobre o centro da sua face superior, o centro da face inferior do segundo cubo de lado L/4. Tal conjunto é imerso em um grande reservatório onde se encontram dois líquidos imiscíveis, com massas específicas ρ_A e ρ_B, sendo $\rho_A < \rho_B$. A altura da coluna do líquido A é 9L/8. Em uma primeira situação, deixa-se o conjunto livre e, no equilíbrio, constata-se que somente o cubo maior se encontra totalmente imerso, como mostra a figura 1. Uma força F é uniformemente aplicada sobre a face superior do cubo menor, até que todo o conjunto fique imerso, na posição representada na figura 2. Determine a variação desta força quando a experiência for realizada na Terra e em um planeta X, nas mesmas conduções de temperatura e pressão.
Obs : admita que a imersão dos blocos não altere as alturas das colunas dos líquidos.
Dados : massa da Terra = M_T massa do planeta X = M_X
raio da Terra = R_T raio do planeta X = R_X
aceleração da gravidade na Terra = g

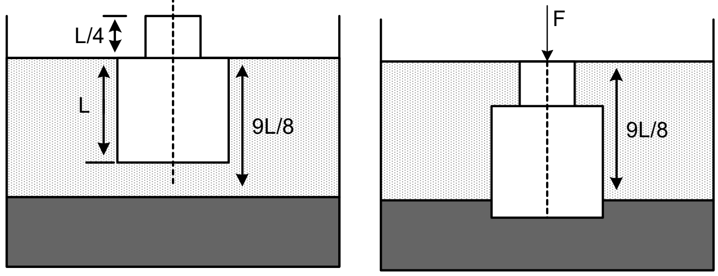


figura 1 figura 2

Resolução da 09:
A condição de equilíbrio na primeira situação fica (usando índice 1 para o bloco menor e índice 2 para o bloco maior e considerando $P_1 = P_2 = P$):

$$\underbrace{E_1}_{=0} + E_2 = P_1 + P_2$$

$$\Rightarrow 0 + \rho_A L^3 g = P_1 + P_2 \qquad (I)$$

Com a aplicação de F, a nova condição de equilíbrio fica:

$E_1 + E_2^A + E_2^B = F + P_1 + P_2$ utilizando (I):

$$\rho_A \cdot \left(\frac{L}{4}\right)^3 g + \rho_A\left(\frac{7}{8}L^3\right)g + \rho_B\left(\frac{L^3}{8}\right)g = F + \rho_A L^3 g$$

$$\rho_A L^3 g\left(\frac{1}{4^3} + \frac{7}{8} - 1\right) + \rho_B L^3 g\frac{1}{8} = F \Leftrightarrow F = L^3 g\left(\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64}\right) (II)$$

As acelerações da gravidade nas superfícies da Terra e do planeta x ficam:

$$g_T = g = \frac{GM_T}{R_T{}^2} \Rightarrow G = g\frac{R_T^2}{M_T} \text{ em } g_X = \frac{GM_X}{R_X{}^2} \Leftrightarrow$$

$$g_X - g = g\left(\frac{R_T^2 M_X}{M_T R_X^2} - 1\right) \quad (III)$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\therefore \Delta F = F_x - F_T = L^3\left(\dfrac{\rho_B}{8} - \dfrac{7\rho_A}{64}\right)(g_X - g_T) \quad \text{Usando (III):} \\ \qquad \Delta F = L^3\left(\dfrac{\rho_B}{8}-\dfrac{7\rho_A}{64}\right).g.\left(\dfrac{M_X R_T^2}{M_T R_X^2}-1\right)\end{array}}$$

10. (IME 2002) Após muito tempo aberta, a chave S do circuito da figura1 é fechada em t = 0. A partir deste instante, traça-se o gráfico da figura 2, referente à tensão elétrica V_S. Calcule:
a. o valor do capacitor C ;
b. a máxima corrente admitida pelo fusível F;
c. a tensão V_S, a energia armazenada no capacitor e a potência dissipada por cada um dos resistores, muito tempo depois da chave ser fechada.
Dados (use os que julgar necessários) :
ln (0,65936) = - 0,416486
ln (1,34064) = 0,293147
ln (19,34064) = 2,962208
ln (4) = 1,386294
ln (10) = 2,302585

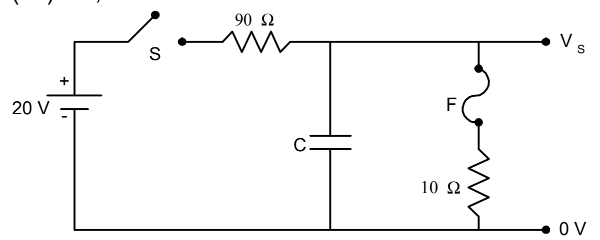


figura 1

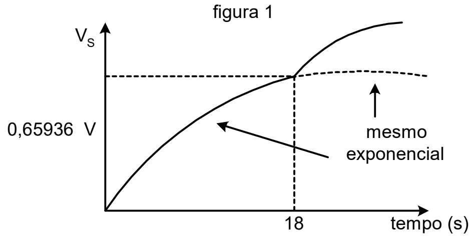


figura 2

Resolução da 10:

A expressão genérica de uma função exponencial na base e é dada por: $V_s(t) = a + b.e^{W.t}$ *(I)*
Pelo gráfico $V_s(0) = 0$*, então (I) fica:*
$0 = a + b\, e^{W.O} \Rightarrow b = -a$
Portanto $V_s(t) = a - a\, e^{W.t}$ *(II)*
Caso o fusível não queimasse, em um instante muito grande, "t tendendo a ∞", no capacitor em equilíbrio a corrente seria nula.
Pela lei das malhas:
$20 - 90\, i_\infty - 10\, i_\infty = 0 \Rightarrow \boxed{i_\infty = 0{,}2\ A}$
$\therefore V_s(t{=}\infty) = 10.0{,}2 = 2V$ *(III)*
Utilizando III em II:
$2 = a\,(1 - e^{w.\infty})$
Essa expressão é possível somente se w < 0, na qual $e^{w.\infty} = 0$.
Portanto obtém-se, na expressão acima: a = 2 e (II) fica:
$\boxed{V_s(t) = 2\,(1 - e^{wt})\ (IV)}$
A partir do gráfico:
$V_s(18) = 0{,}65936$ *(será usada também no item b)*
Utilizando IV: $0{,}65936 = 2\,(1 - e^{w.18})$
$\Rightarrow 2 - 0{,}65936 = 2e^{w18}$
$\Rightarrow 1{,}34064 = 2\, e^{w18}$

$\Rightarrow \ell n\, 1{,}34064 = \ell n 2 + 18 w\, \ell n\, e$

Utilizando os dados: $0{,}293147 = \dfrac{1{,}386294}{2} + 18w$

$$\boxed{\Rightarrow w = -\frac{1}{45}}$$

(IV) fica: $\boxed{V_s(t) = 2(1 - e^{-\frac{t}{45}})}$ *(V) (I)*

Para determinar a capacitância, deve-se determinar a corrente elétrica que carrega o capacitor em função do tempo. Utilizando a lei das malhas:

$$\begin{cases} 20 - 90.i_{TOTAL} - 10 i_{FUSÍVEL} = 0 & (VI) \\ V_s(t) = 10 i_{FUSÍVEL} = 0 & (VII) \\ i_{CAPACITOR} = i_{TOTAL} - i_{FUSÍVEL} & (VIII) \end{cases}$$

De (VI): $i_{TOTAL} = \dfrac{2}{9} - \dfrac{i_{FUSÍVEL}}{9}$ *(IX)*

Substituindo (IX) e (VII) em (VIII):

$$i_{CAPACITOR} = \frac{2}{9} - 10\frac{i_{FUSÍVEL}}{9} \Rightarrow i_{CAPACITOR} = \frac{2}{9} - \frac{10}{9}\frac{V_{s(t)}}{10}$$

$$\Rightarrow i_{CAPACITOR} = \frac{2}{9} - \frac{2}{9}(1 - e^{-\frac{t}{45}})$$

$$\boxed{\Rightarrow i_{CAPACITOR} = \frac{2}{9} e^{-\frac{t}{45}}\ (X)}$$

Como $i_{CAPACITOR} = \dfrac{dQ_{CAPACITOR}}{dt}$*, (X) fica:*

$$\frac{dQ_{CAPACITOR}}{dt} = \frac{2}{9} e^{-\frac{t}{45}} \Rightarrow dQ_{CAPACITOR} = \frac{2}{9} e^{-\frac{t}{45}}\, dt$$

Integrando a expressão acima: $\displaystyle\int_o^t dQ_{CAPACITOR} = \int_o^t \frac{2}{9} e^{-\frac{t'}{45}} dt'$

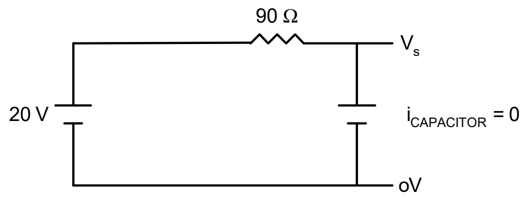
$$\Rightarrow Q_{CAPACITOR}(t) - \underbrace{Q_{CAPACITOR}(o)}_{=0} = \frac{2}{9}\left\{-45 e^{-\frac{t}{45}} - \left(-45 e^{-\frac{o}{45}}\right)\right\}$$

$$\boxed{Q_{CAPACITOR}(t) = 10\left(1 - e^{-\frac{t}{45}}\right)\ (XI)}$$

Usando (V) e (XI):

$$\boxed{\mathbb{C} = \frac{Q_{CAPACITOR}(t)}{V_s(t)} = \frac{10(1 - e^{-\frac{t}{45}})}{2(1 - e^{-\frac{t}{45}})} = 5F} \quad \textit{(Resposta a)}$$

Para determinar a corrente máxima no fusível, basta usar $V_s(18) = 0{,}65936\ V$ *e (VII)*
então $\boxed{i_{FUSÍVEL} = 0{,}065936\ A}$ *(Resposta b)*
A tensão V_s *muito tempo após a chave ser fechada deve ser determinada com o capacitor já carregado e o fusível queimado, portanto o circuito fica:*



$\boxed{\text{Portanto } V_s\ (t \to \infty) = 20\ V \text{ (Resposta C)}}$

Nessas condições, a energia armazenada no capacitor fica:

$$E_{CAPACITOR} = \frac{C.V_s^{\,2}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{CAPACITOR}(t \to \infty) = \frac{5.20^2}{2} = 1000J \text{ (Resposta C)}}$$

A potência dissipada nos resistores é nula, pois, nessas condições não há corrente elétrica no circuito:

$\boxed{P_{dissipada} = 0}$ *(Resposta C)*