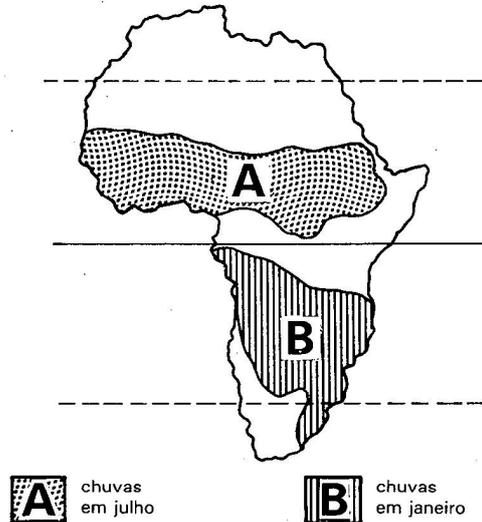


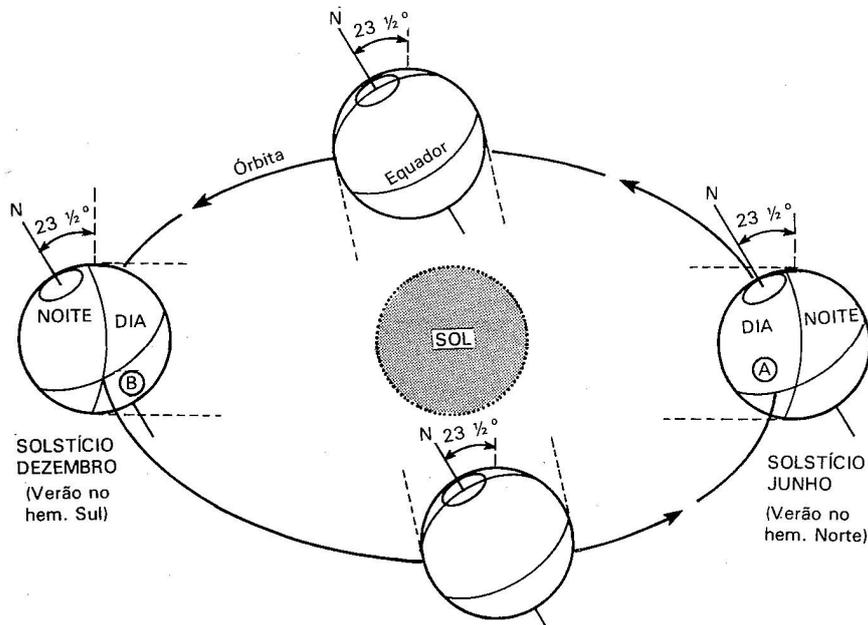
GEOGRAFIA

QUESTÃO 01

Considerando-se a época em que ocorrem as máximas precipitações pluviométricas nas duas regiões assinaladas, explique o principal mecanismo que origina essas chuvas.



**RESOLUÇÃO:** O mecanismo que origina as chuvas das duas regiões é a periodicidade das estações do ano. Em ambos os casos as máximas precipitações pluviométricas ocorrem no verão, que, devido à inclinação do planeta Terra e ao movimento de translação, ocorre no hemisfério norte em julho e no hemisfério sul em janeiro. Tal fato determina nessas regiões um maior grau de insolação, e conseqüentemente menores pressões, que possibilitam a penetração de massas frias, determinadoras dessas chuvas.



**QUESTÃO 02**

*Quais as principais características da atividade agrícola da região das pradarias canadenses?*

**RESOLUÇÃO:** A agricultura das pradarias canadenses caracteriza-se pela presença de grandes propriedades monocultoras de trigo, que utilizam elevada mecanização e pequena mão-de-obra. Sua produção possui caráter comercial exportador.

**QUESTÃO 03**

*Apresente duas críticas ao projeto do governo federal de construir a chamada Ferrovia Norte-Sul.*

**RESOLUÇÃO:** Entre as críticas ao projeto do governo federal de construir a chamada Ferrovia Norte-Sul, destacam-se:  
1º) a baixa produção primária a ser escoada ao longo do traçado da ferrovia não viabiliza investimentos de tal porte;  
2º) a atual situação financeira, marcada pelo déficit público e estrangulamento do crédito internacional, deveria determinar investimentos na conclusão de obras já iniciadas — caso da Ferrovia do Aço — e modernização do sistema ferroviário antigo e deteriorado existente no país. Trata-se, portanto, de uma nítida inversão de prioridades;  
3º) a utilização da obra como instrumento político, visando a captar apoio e sustentação nas elites regionais, no contexto de uma política de favores e do “velho” clientelismo.

**QUESTÃO 04**

*Indique duas importantes transformações que têm ocorrido na agricultura brasileira em função da chamada “penetração do capitalismo no campo”.*

**RESOLUÇÃO:** A expansão do capitalismo no campo, que se caracterizou pela apropriação do processo de produção agrícola pelo capital industrial e financeiro, gerou, entre outras, as seguintes transformações:  
a) na estrutura fundiária: acentuação da concentração histórica da propriedade com aumento médio dos estabelecimentos agrícolas;  
b) nas relações de trabalho: expansão da utilização do trabalho assalariado, especialmente volante ou temporário, com liberação da mão-de-obra residente nas propriedades;  
c) na pauta de produções: diminuição relativa e por vezes absoluta das produções alimentares voltadas para o mercado interno e, simultaneamente, aumento absoluto e relativo das produções exportáveis, energéticas e insumos industriais.

**QUESTÃO 05**

*Explique por que o processo de povoamento da Argentina, comparado com o do Brasil, foi pouco intenso até a década de 1870.*

**RESOLUÇÃO:** Até 1870, a Argentina teve um processo de povoamento pouco intenso, por não apresentar condições para a implantação de um sistema colonial típico de exploração. Seu clima temperado não oferecia condições adequadas ao “plantation” tropical, e seu subsolo era pobre em recursos minerais (ouro e prata). Assim sendo, sua economia, voltada mais para o mercado interno, pouco atraía os imigrantes.

**QUESTÃO 06**

*Que obstáculos naturais a URSS tem que superar para ampliar seus espaços agrários, respectivamente, nos setores 1 e 2 de seu território?*



**RESOLUÇÃO:** Para a expansão da agricultura no setor 1, a URSS implantou grandes projetos de irrigação, pois trata-se de região de pequena pluviosidade. Já o setor 2, devido aos climas extremamente frios e à pequena duração do verão, não pode ser ocupado pela agricultura.

**QUESTÃO 07**

*Quais as diferenças, do ponto de vista das relações de trabalho, entre a imigração italiana que se dirigiu para São Paulo e a que se dirigiu para o Rio Grande do Sul?*

**RESOLUÇÃO:** Em S. Paulo, a imigração italiana caracterizou-se pela introdução de novas relações de trabalho em substituição ao trabalho escravo. Essas novas relações foram marcadas pelo trabalho assalariado e semi-assalariado, inicialmente sob o regime de colonato, nas fazendas de café, e posteriormente na atividade industrial. No Rio Grande do Sul, os termos colono e colonato adquiriram outro significado: lá, os imigrantes italianos tornaram-se pequenos proprietários familiares nas áreas serranas do nordeste do Estado, onde originaram agrupamentos étnicos denominados "colônias", tais como Caxias do Sul e Garibaldi.

**QUESTÃO 08**

*Com a integração econômica do território nacional, as regiões Sul e Centro-Oeste se comportaram como áreas de propagação das atividades da região Sudeste, à qual aquelas duas regiões se soldaram como territórios de economia complementar, formando a grande região Centro-Sul. Caracterize a região Centro-Oeste como área de extensão da região Sudeste.*

**RESOLUÇÃO:** A acumulação histórica de riquezas no Sudeste levou à concentração e centralização de capitais e à expansão de mercados. Tal processo determina a propagação de influência econômica sobre o Centro-Oeste, o que pode ser observado em diferentes níveis:

- apropriação de terras do Centro-Oeste por capitais do Sudeste, com finalidades por vezes puramente especulativas;
- apropriação direta ou indireta da produção primária do Centro-Oeste pelo Sudeste (caso do arroz em Goiás, da soja no Mato Grosso do Sul, da carne, dos minérios etc.).

**QUESTÃO 09**

*Compare os regimes pluviométricos das regiões 1 e 2.*



**RESOLUÇÃO:** Na área 1 identificamos o clima subtropical caracterizado pela existência de chuvas regularmente distribuídas durante o ano. Na área 2 o clima é do tipo tropical semi-úmido, caracterizado pela existência de duas estações claramente definidas: estação das chuvas no verão e das secas no inverno.

QUESTÃO 10

*Compare a rede urbana do Nordeste com a do Sudeste do Brasil.*

**RESOLUÇÃO:** O Sudeste, em função do elevado índice de urbanização e da significativa industrialização, desenvolveu uma rede urbana bem estruturada, com nítida definição de hierarquia e influências.  
Na região se localizam as duas Metrópoles Nacionais (SP e RJ), uma Metrópole Regional (BH) e inúmeras Capitais Regionais (S. José dos Campos, Ribeirão Preto, Uberlândia, Montes Claros, Campos...)  
Já no Nordeste, a rede urbana apresenta-se muito menos articulada. Apesar da presença de 3 Metrópoles Regionais (Salvador, Recife e Fortaleza), observa-se uma diluição das áreas de influência urbana no meio rural. Capitais Regionais e centros locais surgem como "ilhas urbanas" isoladas no oceano rural. É o caso de cidades como as "capitais do Agreste" (Caruaru, Campina Grande, Feira de Santana) e núcleos como Crato, no Cariri, e Juazeiro, no sertão de S. Francisco.

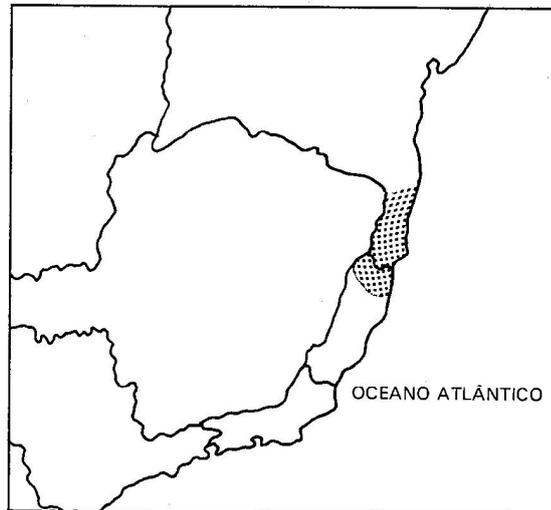
QUESTÃO 11

*Apresente duas diferenças básicas entre a industrialização atual no Brasil e aquela ocorrida até a segunda guerra mundial.*

**RESOLUÇÃO:** Até a 2ª Guerra Mundial, o processo industrial caracterizou-se pelo predomínio do capital privado nacional, voltado para o setor de bens de consumo não duráveis em termos de substituição de importações. Neste período, desenvolveram-se indústrias dos ramos têxtil, alimentício, de couro, calçados etc. Após a 2ª Guerra Mundial, a industrialização teve suas características profundamente alteradas. Solda-se uma aliança entre o grande capital transnacional, responsável pela introdução do setor de bens de consumo duráveis, e o capital estatal, responsável pela indústria de bens de produção. Enquanto o Estado implanta os ramos siderúrgico e petroquímico e obras de infra-estrutura energética e de transportes, o capital estrangeiro investe na montagem de filiais do ramo automobilístico, eletrodoméstico, eletrônicos etc. Esse processo subordina o capital privado nacional ao estrangeiro em alguns ramos e marginaliza-o em outros. Com isso, acentuaram-se a dependência tecnológica e o endividamento financeiro, agravado pela sangria representada pela remessa de lucros e pagamento de "royalties".

QUESTÃO 12

*Relacione as condições naturais com as atividades agrícolas desenvolvidas na área hachurada do mapa.*



**RESOLUÇÃO:** Área sob domínio climático do tipo tropical úmido, dando origem a uma floresta latifoliada (Mata Atlântica); acaba por favorecer o desenvolvimento da cultura do cacau e da extração da madeira.

QUESTÃO 13

O Proálcool tem sido objeto de muitas polêmicas. Apresente um aspecto positivo e um aspecto negativo da execução desse programa.

RESOLUÇÃO:

Entre os aspectos positivos, destacam-se as seguintes argumentações:

- a) redução da importação bruta do petróleo, com aparente economia de divisas;
- b) desenvolvimento de uma tecnologia energética ligada à biomassa, uma fonte renovável;
- c) acumulação de capitais no setor agro-industrial canavieiro, produzindo modernização da produção agrícola e das relações de trabalho no campo.

Entre os aspectos negativos, destacam-se as seguintes argumentações:

- a) custo de produção do álcool, hoje superior ao da gasolina, obrigando a PETROBRÁS a subsidiar, através da elevação do preço dos derivados do petróleo, para sustentar a conta álcool. Trata-se tipicamente de um mecanismo inflacionário;
- b) impossibilidade de utilização do álcool por sua baixa qualidade como combustível, nos processos produtivos e de distribuição, dependentes dos derivados do petróleo. Tal fato torna questionável a propalada economia de divisas;
- c) o álcool substitui a gasolina, não o petróleo. Dessa forma a gasolina refinada fica sem mercado interno, o que determina a sua exportação a preços aviltados, uma vez que o mercado mundial não se apresenta comprador;
- d) a expansão da cultura canavieira, particularmente no Estado de São Paulo, em detrimento das culturas alimentares, expulsas para áreas distantes e solos menos férteis, gerando elevação dos custos e conseqüentemente do preço de mercado;
- e) alterações das relações de trabalho no campo, acentuando-se a utilização da mão-de-obra temporária e intensificação do êxodo-rural.

QUESTÃO 14

Explique a formação da OTAN e do Pacto de Varsóvia no contexto político-militar que se seguiu à Segunda Guerra Mundial.

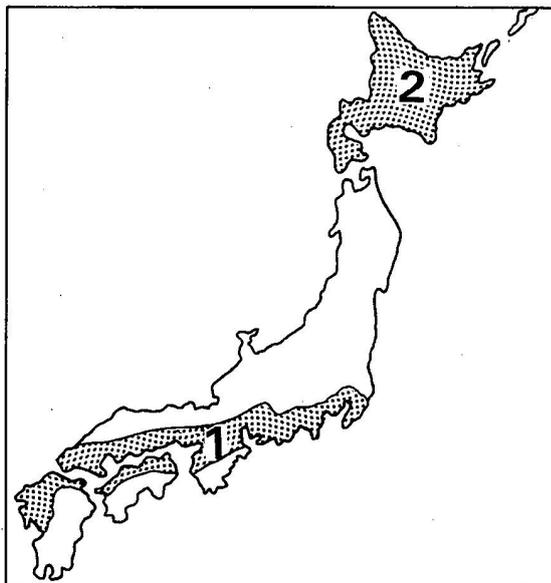
RESOLUÇÃO:

Após a Segunda Guerra Mundial, o mundo passou a viver no contexto da Guerra Fria, que se caracterizou pela bipolarização das relações internacionais entre capitalismo e socialismo, pela crescente militarização associada à indústria bélica e pela definição das zonas de influência das duas grandes potências (EUA x URSS).

Nesse quadro, a Europa foi dividida pela chamada Cortina de Ferro, tendo surgido do lado ocidental uma organização militar denominada Organização do Tratado do Atlântico Norte (1949) e do lado oriental, o Pacto de Varsóvia (1955).

QUESTÃO 15

Compare, do ponto de vista humano e econômico, os setores 1 e 2 do território japonês.



**RESOLUÇÃO:** O setor 1 do Japão é a região de maior ocupação humana e econômica. Nela se concentram as maiores cidades (com mais de 60% do total da população) e os maiores parques industriais. O setor 2 (Ilha de Hokaido), constitui um dos maiores vazios demográficos, com dificuldades para a agropecuária devido ao clima frio.

**QUESTÃO 16**

*A geografia humana da África do Sul é bastante complexa. As áreas povoadas por descendentes de europeus são separadas por vastos territórios onde as aldeias de nativos se multiplicam e abrigam uma população numericamente muito superior às demais. A manutenção dessa situação é fruto de uma decisão política. Explique essa política:*

**RESOLUÇÃO:** Trata-se da política do "Apartheid", através da qual a minoria branca mantém o poder e o controle econômico nacional. Essa política foi organizada através de leis que instituíram o racismo como forma de estruturação social, econômica e jurídica. Essa é a única sociedade moderna que mantém uma política oficial de segregação racial.

QUÍMICA  
**MATEMÁTICA**

**QUESTÃO 17**

a) Resolva a equação  $x^2 - 3x - 4 = 0$

b) Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + xy = -8 \end{cases}$$

**RESOLUÇÃO:** a)  $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 4 \\ \text{ou} \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\therefore S = \{4, -1\}$$

b)  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + xy = -8 \end{cases} \Rightarrow y = 4 - 2x (*)$

Substituindo-se (\*) na 2ª equação, vem:

$$2x + x \cdot (4 - 2x) = -8 \quad \therefore$$

$$\therefore 2x + 4x - 2x^2 = -8 \quad \therefore x^2 - 3x - 4 = 0 \begin{cases} x = 4 \\ \text{ou} \\ x = -1 \end{cases}$$

Assim:

$$x = 4 \Rightarrow y = -4$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 6$$

$$S = \{(4, -4), (-1, 6)\}$$

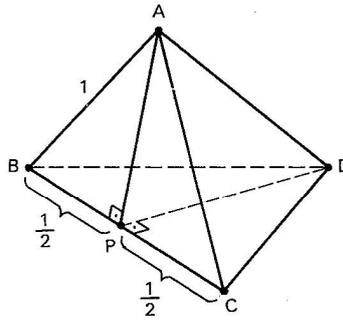
**QUESTÃO 18**

É dado um tetraedro regular ABCD de aresta 1. Na aresta BC, toma-se um ponto P de modo que PA + PD tenha o menor valor possível.

a) Qual o valor da razão PB/CB?

b) Calcule PA + PD.

**RESOLUÇÃO:** Seja o tetraedro regular ABCD da figura



Para que  $PA + PD$  seja mínimo, o ponto P deve ser médio de BC. Assim sendo, PA e PD serão alturas das faces ABC e DCB.

a) Razão  $\frac{PB}{CB} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

b) Soma  $PA + PD$

PA e PD são alturas de faces, cada uma valendo  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Daí,  $PA + PD = \sqrt{3}$

**QUESTÃO 19**

Num triângulo ABC, sejam P e Q pontos sobre BA e BC, respectivamente, de modo que a reta PQ seja paralela à reta AC e a área do trapézio APQC seja o triplo da área do triângulo PQB.  
 a) Qual a razão entre as áreas dos triângulos ABC e PQB?  
 b) Determine a razão AB/PB.

**RESOLUÇÃO:** a) O enunciado afirma que:

$$\frac{S_{PQCA}}{S_{PQB}} = \frac{3}{1}$$

Assim:

$$\frac{S_{PQCA} + S_{PQB}}{S_{PQB}} = \frac{3 + 1}{1} \quad \therefore$$

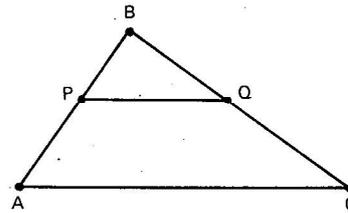
$$\therefore \frac{S_{ABC}}{S_{PQB}} = 4$$

b) Sendo  $PQ \parallel AC$ , temos:  $\Delta ABC \sim \Delta PBQ$

Assim:

$$\left(\frac{AB}{PB}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{PQB}} \quad \therefore$$

$$\therefore \left(\frac{AB}{PB}\right)^2 = 4 \quad \therefore \frac{AB}{PB} = 2$$



**QUESTÃO 20**

Deseja-se construir um anel rodoviário circular em torno da cidade de São Paulo, distando aproximadamente 20 km da Praça da Sé.

a) Quantos quilômetros deverá ter essa rodovia?

b) Qual a densidade demográfica da região interior ao anel (em habitantes por km<sup>2</sup>), supondo que lá residam 12 milhões de pessoas?

Adote o valor  $\pi = 3$ .

**RESOLUÇÃO:** Adotando  $\pi = 3$  para os dois itens, temos:

a) o comprimento da rodovia será:

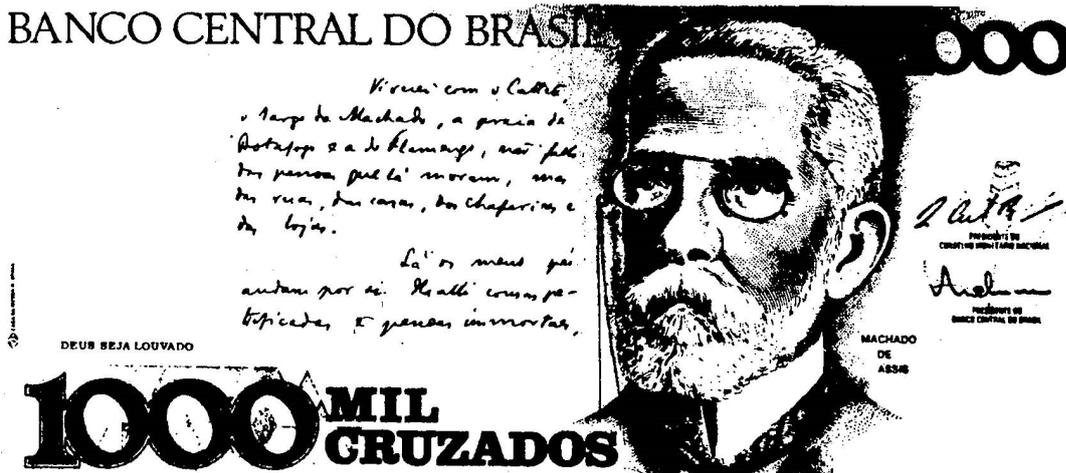
$$C = 2 \pi R \therefore \\ \therefore C = 2 \cdot 3 \cdot 20 = 120 \text{ km}$$

b) a densidade demográfica será:

$$\frac{N^{\circ} \text{ habitantes}}{\pi \cdot R^2} = \frac{12 \cdot 10^6}{3 \cdot 20^2} = 10^4 \text{ hab/km}^2$$

**QUESTÃO 21**

Suponha que a taxa de inflação seja 30% ao mês durante 12 meses; que daqui a um ano seja instituído o "cruzado novo", valendo Cz\$ 1.000; e que sejam colocadas em circulação moedas de 10 centavos, 50 centavos e 1 cruzado novo. Qual será então o preço, em cruzados novos, de um cafezinho que custa hoje Cz\$ 20,00?



**RESOLUÇÃO:** Cafezinho hoje: Cz\$ 20,00.  
 Cafezinho após 12 meses: Cz\$ 20,00 · (1,3)<sup>12</sup> = Cz\$ 20,00 · 23,298 = Cz\$ 465,96.  
 Em cruzados novos: NCz\$ 0,47  
 Utilizando as moedas então disponíveis: NCz\$ 0,50.

**QUESTÃO 22**

Em um plano,  $m$  retas paralelas são cortadas por  $n$  retas também paralelas. Determine o número de paralelogramos cujos lados estão contidos nessas retas.

**RESOLUÇÃO:** Escolhendo duas retas entre as  $m$  e duas retas entre as  $n$ , fica determinado um paralelogramo. Assim, o número deles é:

$$C_{m,2} \cdot C_{n,2} = \frac{m!}{(m-2)! 2!} \cdot \frac{n!}{(n-2)! 2!} = \frac{m \cdot n (m-1) (n-1)}{4}$$

**QUESTÃO 23**

As retas de equações:

$$4x - 3y + a = 0$$

$$5x - y + 9 = 0$$

$$3x - 2y + 4 = 0$$

se interceptam em um ponto. Determine  $a$  e o ponto de intersecção das retas.

**RESOLUÇÃO:** Vamos obter o ponto de intersecção das retas  $5x - y + 9 = 0$  e  $3x - 2y + 4 = 0$

$$\begin{cases} 5x - y + 9 = 0 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

Multiplicando por  $(-2)$  a primeira equação:

$$\oplus \begin{cases} -10x + 2y - 18 = 0 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \\ \hline -7x - 14 = 0 \end{cases} \therefore x = -2 \text{ e } y = -1$$

Logo o ponto de intersecção é  $(-2, -1)$ .

Como este ponto deve pertencer à terceira reta, devemos ter:

$$4 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) + a = 0 \therefore a = 5$$

**QUESTÃO 24**

Determine os números naturais  $a, b$  e  $c$ , sabendo que  $2040 = 8a + 48b + 384c; a < 6$  e  $b < 8$ .

**RESOLUÇÃO:**  $2040 = 8a + 48b + 384c \therefore 255 = a + 6b + 48c$ .

Como  $6b + 48c$  é par e divisível por 3, conclui-se que  $a$  é ímpar e divisível por 3, pois 255 é ímpar e divisível por 3.

Sendo  $a < 6$ , conclui-se que  $a = 3$ .

$$255 = 3 + 6b + 48c \therefore 252 = 6b + 48c \therefore 42 = b + 8c \therefore 42 - b = 8c \quad (*)$$

Temos que  $42 - b$  é divisível por 8 e, portanto,  $b = 2$ , pois  $b \in \mathbb{N}$  e  $b < 8$ . Substituindo em  $(*)$ , segue que  $c = 5$ .

**QUESTÃO 25**

Em um pentágono convexo os ângulos internos formam uma progressão aritmética.

- a) Determine um desses ângulos.  
b) Mostre que todos os ângulos são maiores do que  $36^\circ$ .

**RESOLUÇÃO:** a) Com os ângulos internos do pentágono convexo formando uma PA, podemos representar as suas medidas por:  $x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r$ .

A soma dos ângulos internos do pentágono é:  $S_i = 180^\circ (5 - 2) = 540^\circ$ .

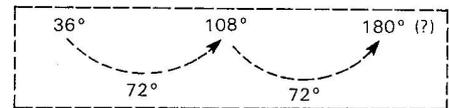
Então, temos que:

$$(x - 2r) + (x - r) + x + (x + r) + (x + 2r) = 540^\circ$$

$$5x = 540^\circ \Rightarrow x = 108^\circ$$

Logo, um dos ângulos internos mede  $108^\circ$ .

- b) O ângulo que mede  $108^\circ$  é o termo médio da PA. Se existir um ângulo medindo  $36^\circ$  ou menos, deverá existir, em correspondência, outro ângulo medindo  $180^\circ$  ou mais, o que é absurdo, considerando que o pentágono é convexo. Portanto todos os ângulos são maiores do que  $36^\circ$ .



**QUESTÃO 26**

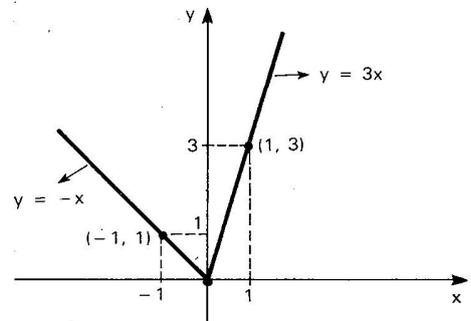
Desenhe o gráfico da função

$$f(x) = 2x + |x - 2|x||$$

**RESOLUÇÃO:**  $f(x) = 2x + |x - 2|x||$

Se  $x \geq 0$ , então  $f(x) = 2x + |x - 2x| \therefore$   
 $\therefore f(x) = 2x + |-x| \therefore$   
 $\therefore f(x) = 2x + x \therefore$   
 $\therefore f(x) = 3x$

Se  $x < 0$ , então  $f(x) = 2x + |x + 2x| \therefore$   
 $\therefore f(x) = 2x + |3x| \therefore$   
 $\therefore f(x) = 2x - 3x \therefore$   
 $\therefore f(x) = -x$



QUESTÃO 27

Determine a função  $g(x)$  cujo gráfico é o simétrico do gráfico da função  $f(x) = 2x - x^2$  em relação à reta  $y = 3$ . Esboce o gráfico.

RESOLUÇÃO:

A parábola  $y = f(x)$  passa pelos pontos  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(2, 0)$ , cujos simétricos, em relação à reta  $y = 3$ , são respectivamente  $(0, 6)$ ,  $(1, 5)$  e  $(2, 6)$ .

Os pontos  $(0, 6)$ ,  $(1, 5)$  e  $(2, 6)$  pertencem à parábola  $y = g(x) = ax^2 + bx + c$

Logo,  $g(0) = 6$ ,  $g(1) = 5$  e  $g(2) = 6$

De  $g(0) = 6$ , conclui-se que  $g(x) = ax^2 + bx + 6$

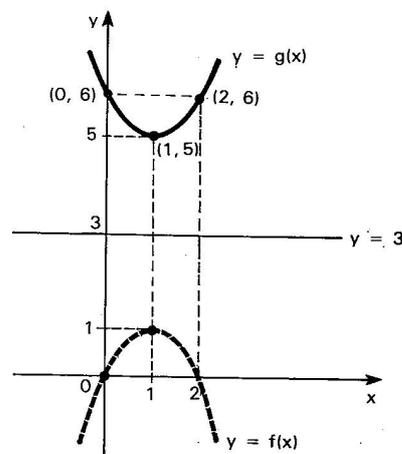
De  $g(1) = 5$  e  $g(2) = 6$ , conclui-se que

$$\begin{cases} a + b + 6 = 5 \\ 4a + 2b + 6 = 6 \end{cases}$$

Resolvendo este sistema, temos que

$$a = 1 \text{ e } b = -2$$

Portanto,  $g(x) = x^2 - 2x + 6$



QUESTÃO 28

Em um triângulo retângulo de catetos medindo  $b$  e  $c$ , determine o comprimento da bissetriz do ângulo reto.

Uma sugestão: Escolha eixos cartesianos convenientes.

RESOLUÇÃO:

a) Seja o triângulo determinado pelos pontos

$A(0, 0)$ ,  $B(b, 0)$  e  $C(0, c)$

A bissetriz do ângulo reto encontra  $BC$  em  $P$ .

b) Ponto  $P$

1) Equação de  $BC$

$$y - 0 = \frac{c - 0}{0 - b}(x - b)$$

$$\therefore cx + by - bc = 0$$

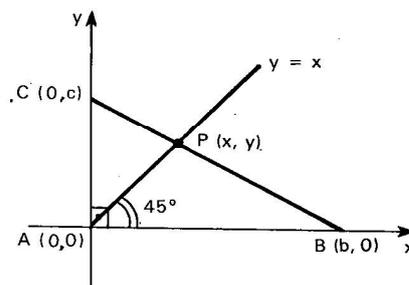
2) Equação de  $AP$ :  $y = x$

3) Ponto  $P(x, y)$

$$\begin{cases} cx + by - bc = 0 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{bc}{b+c} \\ y = \frac{bc}{b+c} \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{bc}{b+c}, \frac{bc}{b+c}\right)$$

c) Distância  $AP$

$$AP = \sqrt{\left(\frac{bc}{b+c}\right)^2 + \left(\frac{bc}{b+c}\right)^2} \therefore AP = \frac{bc}{b+c} \cdot \sqrt{2}$$



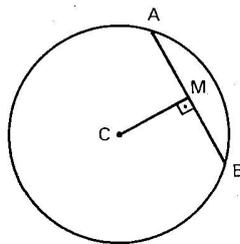
QUESTÃO 29

Seja  $M = (8, 1)$  o ponto médio de uma corda  $AB$  da circunferência

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 45 = 0$$

Determine os pontos da circunferência onde as retas tangentes são paralelas à reta  $AB$ .

**RESOLUÇÃO:** Sendo M o ponto médio da corda AB, então a reta AB é perpendicular à reta CM, onde C é o centro da circunferência.



Assim as retas t e t' paralelas à AB e tangentes à circunferência nos pontos T e T' também serão perpendiculares à reta CM.

Portanto os pontos T e T' serão as intersecções da reta CM com a circunferência.

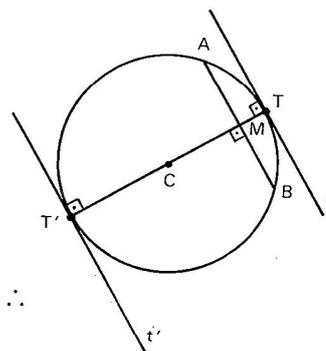
Temos:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 45 &= 0 \\ \therefore x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 &= 45 + 4 + 1 \quad \therefore \\ \therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 &= 50 \end{aligned}$$

O centro da circunferência é C(2, -1).

Equação da reta CM:

$$m_{CM} = \frac{1 - (-1)}{8 - 2} = \frac{1}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \therefore y - (-1) = \frac{1}{3}(x - 2) \quad \therefore \\ C(2, -1) \end{array} \right\} \therefore x - 3y - 5 = 0 \text{ (CM)}$$



Pontos de intersecção:

$$\begin{cases} x - 3y - 5 = 0 & \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 - 4x + 2y - 45 = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

De  $\textcircled{1}$ :  $x = 3y + 5$

Substituindo em  $\textcircled{2}$  e simplificando, vem:

$$y^2 + 2y - 4 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y = -1 + \sqrt{5} \quad \textcircled{3} \quad x = 2 + 3\sqrt{5} \\ \text{ou} \\ y = -1 - \sqrt{5} \quad \textcircled{4} \quad x = 2 - 3\sqrt{5} \end{array} \right.$$

Portanto os pontos pedidos são  $(2 + 3\sqrt{5}, -1 + \sqrt{5})$  e  $(2 - 3\sqrt{5}, -1 - \sqrt{5})$ .

**QUESTÃO 30**

Sejam u e v funções reais cujas derivadas satisfazem as equações:

$$\begin{aligned} u'(x) &= v(x) \\ v'(x) &= -u(x) \end{aligned}$$

para todo x real.

a) Calcule a derivada da função

$$f(x) = u(x)^2 + v(x)^2.$$

b) Supondo  $u(0) = 1$  e  $v(0) = 2$ , determine  $f(x)$ .

**RESOLUÇÃO:**

a)  $f(x) = u(x)^2 + v(x)^2$

$$f'(x) = 2u(x) \cdot u'(x) + 2v(x) \cdot v'(x)$$

Como  $u'(x) = v(x)$  e  $v'(x) = -u(x)$ , temos que

$$f'(x) = 2u(x) \cdot v(x) - 2v(x) \cdot u(x)$$

Portanto  $f'(x) = 0$  (para todo x real)

b) Supondo  $u(0) = 1$  e  $v(0) = 2$ , temos que

$$f(0) = [u(0)]^2 + [v(0)]^2 = 5$$

Como  $f'(x) = 0$ , ( $x \in \mathbb{R}$ ), conclui-se que f é uma função constante e, portanto,  $f(x) = 5$  (para todo x real).

QUESTÃO 31

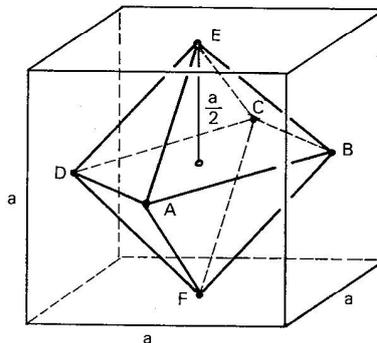
É dado um cubo de aresta  $a$ . Para cada vértice do cubo considera-se o plano determinado pelas extremidades das arestas que partem desse vértice. Seja  $S$  o sólido limitado por esses oito planos.

- a) Quantos vértices, arestas e faces possui  $S$ ?  
 b) Calcule o volume de  $S$ .

**RESOLUÇÃO:** Os oito planos citados determinam o octaedro regular  $S$  cujos vértices são centros das faces do cubo de aresta  $a$ .

Daí:

- a) o número de vértices é 6  
 o número de arestas é 12  
 o número de faces é 8.



b) Volume.

O volume de  $S$  é o dobro do volume da pirâmide  $ABCDE$  com área da base igual a  $\left(\frac{a^2}{2}\right)$  e altura  $\left(\frac{a}{2}\right)$ .

$$V_s = 2 \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{a^2}{2} \right) \left( \frac{a}{2} \right) \right] \therefore V_s = \frac{a^3}{6}$$

QUESTÃO 32

Sabendo que os polinômios  $x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x - 10$  e  $x^3 + 3x^2 + x - 5$  têm uma raiz comum, determine todas as raízes comuns desses polinômios.

**RESOLUÇÃO:**  $\alpha$  é uma raiz comum de  $A(x) = x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x - 10$  e  $B(x) = x^3 + 3x^2 + x - 5$  se e somente se  $\alpha$  é raiz do MDC de  $A(x)$  e  $B(x)$ .

$$\begin{array}{r} x^4 + 5x^3 + 7x^2 - 3x - 10 \\ -x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x \\ \hline 2x^3 + 6x^2 + 2x - 10 \\ -2x^3 - 6x^2 - 2x + 10 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^3 + 3x^2 + x - 5 \\ x + 2 \end{array} \right.$$

Portanto o MDC entre  $A(x)$  e  $B(x)$  é  $B(x)$ . Resolvendo  $B(x) = 0$ , temos as raízes comuns.

Como  $B(1) = 0$ ,  $B(x)$  é divisível por  $x - 1$ .

Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 1 & 3 & 1 & -5 \\ & 1 & 4 & 5 & 0 \end{array}$$

$$\therefore B(x) = (x - 1) \cdot (x^2 + 4x + 5) = 0 \therefore$$

$$\therefore x = 1 \text{ ou } x = -2 + i \text{ ou } x = -2 - i$$

**Cortesia: Resoluções Anglo Vestibulares  
 (numeração original da FUVEST)**