Escola Naval 2010/2011

MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2010)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA

PROVA DE MATEMÁTICA

1) Sejam $f(x) = \ln(\cos x)^2$, $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ e $F(x) = \int \left[\left(f'(x)\right)^2 + sen^2 2x \right] dx$.

Se $F(0) = \frac{7\pi}{8} - 5$, então $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} F(x)$ vale

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 1

(E) 2

2) Considere a equação $x^2 + bx + c = 0$, onde c representa a quantidade de valores inteiros que satisfazem a inequação $|3x-4| \leq 2$. Escolhendo-se o número b, ao acaso, no conjunto $\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$, qual é a probabilidade da equação acima ter raízes reais?

(A) 0,50

(B) 0,70

(C) 0,75

(D) 0,80

(E) 1

3) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n, cujos determinantes são diferentes de zero. Nas proposições abaixo, coloque (V) na coluna à esquerda quando a proposição for verdadeira e (F) quando for falsa.

( ) $\det(-A) = (-1)^n \det A$, onde $-A$ é a matriz oposta de A.

( ) $\det A = -\det A^t$, onde A^t é a matriz transposta de A.

( ) $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$, onde A^{-1} é a matriz inversa de A.

( ) $\det(3A.B) = 3.\det A.\det B$

( ) $\det(A+B) = \det A + \det B$.

Lendo-se a coluna da esquerda, de cima para baixo, encontra-se

(A) (V) (F) (V) (F) (F)

(B) (F) (F) (F) (V) (F)

(C) (F) (V) (F) (V) (V)

(D) (V) (V) (V) (F) (F)

(E) (V) (F) (V) (F) (V)

4) A inequação $x^2 - 6x \leq -x^2 + px + c$ tem como solução o intervalo $[0,2]$, onde $p, c \in \Re$. Seja q a maior raiz da equação $4^{|x+1|} = 16.2^{|x+1|} - 64$. A representação trigonométrica do número complexo $p + iq$ é

(A) $2\sqrt{3}\,(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,sen\,\frac{5\pi}{3})$

(B) $2\sqrt{2}\,(\cos\frac{3\pi}{4} + i\,sen\,\frac{3\pi}{4})$

(C) $\sqrt{2}\,(\cos\frac{\pi}{6} + i\,sen\,\frac{\pi}{6})$

(D) $2\sqrt{3}\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\,sen\,\frac{\pi}{3})$

(E) $2\sqrt{2}\,(\cos\frac{7\pi}{4} + i\,sen\,\frac{7\pi}{4})$

5) Considere a matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3i & -1 \\ 2i & -2 & i \\ 1-2i & i & -i \end{pmatrix}$ com elementos no conjunto dos números complexos. Sendo $n = |\det A|^2$, então o valor da expressão $\left[tg^2 \dfrac{\pi n}{48} - \cos\left(\dfrac{2(n+5)\pi}{135}\right) - 1 \right]^3$ é

(A) $-\dfrac{125}{216}$

(B) $\dfrac{1}{216}$

(C) $\dfrac{125}{216}$

(D) $\dfrac{343}{216}$

(E) $-\dfrac{1}{216}$

6) Seja L uma lata de forma cilíndrica, sem tampa, de raio da base r e altura h. Se a área da superfície de L mede $54\pi a^2 cm^2$, qual deve ser o valor de $\sqrt{r^2+h^2}$, para que L tenha volume máximo?

(A) $a\ cm$

(B) $3a\ cm$

(C) $6a\ cm$

(D) $9a\ cm$

(E) $12a\ cm$

7) Uma progressão geométrica infinita tem o 4° termo igual a 5. O logaritmo na base 5 do produto de seus 10 primeiros termos vale $10 - 15\log_5 2$. Se S é a soma desta progressão, então o valor de $\log_2 S$ é

(A) $2+3\log_2 5$

(B) $2+\log_2 5$

(C) $4+\log_2 5$

(D) $1+2\log_2 5$

(E) $4+2\log_2 5$

8) Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = 2 - arcsen(x^2 + 2x)$ com $\frac{-\pi}{18} < x < \frac{\pi}{18}$ e $g(x) = f(3x)$. Seja **L** a reta normal ao gráfico da função g^{-1} no ponto $(2, g^{-1}(2))$, onde g^{-1} representa a função inversa da função g. A reta **L** contém o ponto

(A) (-1 , 6)

(B) (-4 ,-1)

(C) (1 , 3)

(D) (1 ,-6)

(E) (2 , 1)

9) Considere um cone circular reto com raio da base $2\sqrt{2}cm$ e geratriz $4\sqrt{2}cm$. Sejam **A** e **B** pontos diametralmente opostos situados sobre a circunferência da base deste cone. Pode-se afirmar que o comprimento do menor caminho, traçado sobre a superfície lateral do cone e ligando **A** e **B**, mede, em cm,

(A) $4\sqrt{2}$

(B) $2\sqrt{2}\pi$

(C) 8

(D) 4

(E) $3\sqrt{3}\pi$

10) Sejam a, b, c as raízes da equação $12x^3 - 4x^2 - 3x + 1 = 0$. Qual o valor de $\sqrt{a^3 + b^3 + c^3 + 1}$?

(A) $\dfrac{2\sqrt{21}}{9}$

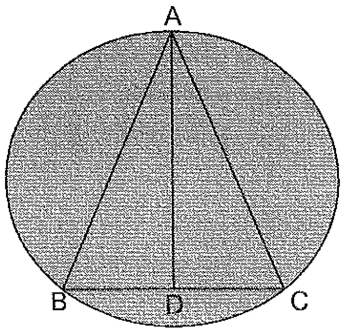
(B) $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

(C) $\dfrac{2\sqrt{7}}{9}$

(D) $\dfrac{\sqrt{21}}{9}$

(E) $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

11) Considere o triângulo isósceles ABC inscrito em um círculo, conforme figura abaixo. Suponha que o raio do círculo cresce a uma taxa de $3cm/s$ e a altura $\overline{AD}$ do triângulo cresce a uma taxa de $5cm/s$. A taxa de crescimento da área do triângulo no instante em que o raio e a altura $\overline{AD}$ medem, respectivamente, $10cm$ e $16cm$, é



(A) $78\,cm^2/s$

(B) $76\,cm^2/s$

(C) $64\,cm^2/s$

(D) $56\,cm^2/s$

(E) $52\,cm^2/s$

12) Considere o sistema $\begin{cases} (1-k)x+y+z=0 \\ 2x+(2-k)y+2z=0 \\ x+y+(1-k)z=0 \end{cases}$, onde $k \in \Re$. O conjunto de equações que permitem ao sistema admitir solução não trivial é

(A) $x=-y+z$ ou $(x+y+3z=0$ e $y-z=0)$

(B) $x=y-z$ ou $(x-y+3z=0$ e $y+2z=0)$

(C) $x=-y-z$ ou $(x+y+3z=0$ e $y+z=0)$

(D) $x=-y-z$ ou $(x+y-3z=0$ e $y-2z=0)$

(E) $x=-y-z$ ou $(x-y-3z=0$ e $y-z=0)$

13) A curva de equação $x^2 - 14 = y^2 + 2x$ intercepta a reta $4y + 1 = x$ nos pontos A e B. Seja C a circunferência com centro no ponto médio do segmento $\overline{AB}$ e cujo raio é a medida do maior eixo da curva de equação $x^2 + 2y^2 = 2\sqrt{3}x - 8y - 2$. A circunferência C tem por equação

(A) $x = \dfrac{35 - x^2 - y^2}{2}$

(B) $x = \dfrac{20 - x^2 - y^2}{2}$

(C) $x = \dfrac{x^2 + y^2 - 25}{2}$

(D) $x = \dfrac{x^2 + y^2 - 35}{2}$

(E) $x = \dfrac{25 - x^2 - y^2}{2}$

14) Sejam C_1 e C_2 dois cones circulares retos e P uma pirâmide hexagonal regular de aresta da base a. Sabe-se que C_1 é circunscrito à P, C_2 é inscrito em P e C_1, C_2 e P têm a mesma altura H. A razão da diferença dos volumes de C_1 e C_2 para o volume da pirâmide P é

(A) $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{6}$

(B) $\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

(C) $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}$

(D) $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{9}$

(E) $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{18}$

15) Sejam A e B conjuntos de números reais tais que seus elementos constituem, respectivamente, o domínio da função $f(x)=\sqrt{\dfrac{-1+2senx}{1+2senx}}$ no universo $[0\,,2\pi]$ e o conjunto solução da inequação $\dfrac{1}{\text{cossec}\,x}-\dfrac{1}{\sec x}>0$ para $0<x<\pi$, *com* $x\neq\dfrac{\pi}{2}$. Pode-se afirmar que $B-A$ é igual a

(A) $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right[\cup\left[\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{11\pi}{6}\right[$

(B) $\left]\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6}\right]$

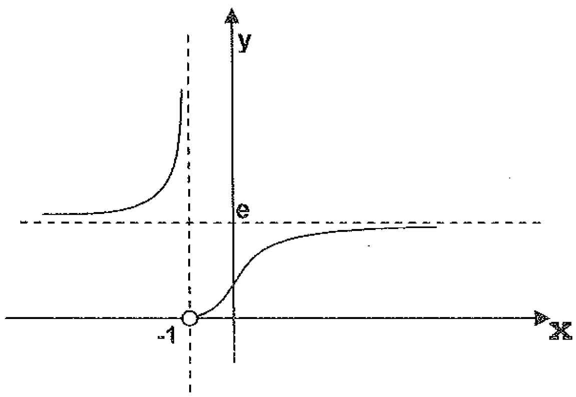
(C) $\varnothing$

(D) $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right]\cup\left]\dfrac{7\pi}{6},\dfrac{11\pi}{6}\right[$

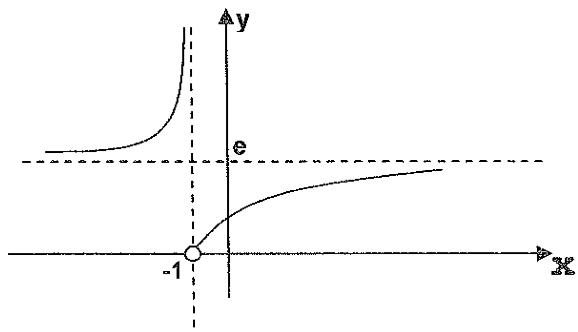
(E) $\left]\dfrac{5\pi}{6},\pi\right[$

16) A figura que melhor representa o gráfico da função $y = e^{\frac{x-1}{x+1}}$ é

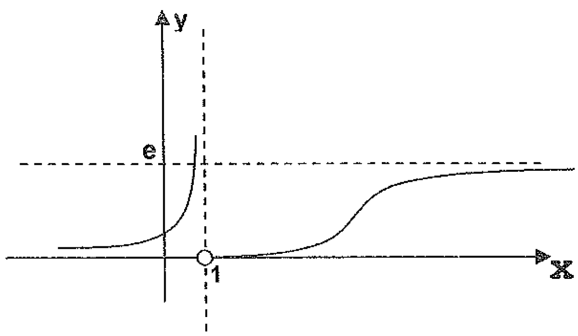
(A)



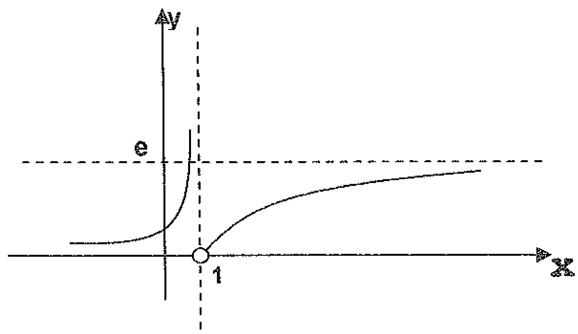
(B)



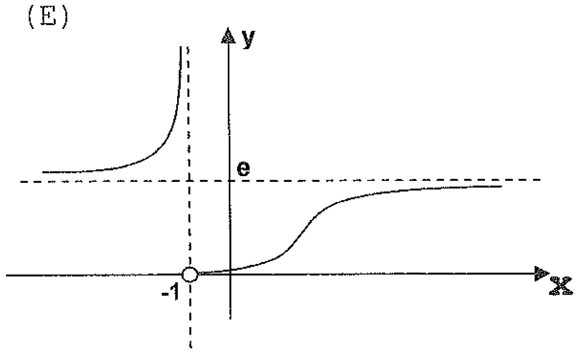
(C)



(D)



(E)



17) Considere r e s retas do $\Re^3$ definidas por

$$r:\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, \quad t \in \Re \quad \text{e} \quad s:\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}.$$

Se θ é o ângulo formado pelas retas r e s, então $\operatorname{cossec}\theta$ vale

(A) $\sqrt{7}$

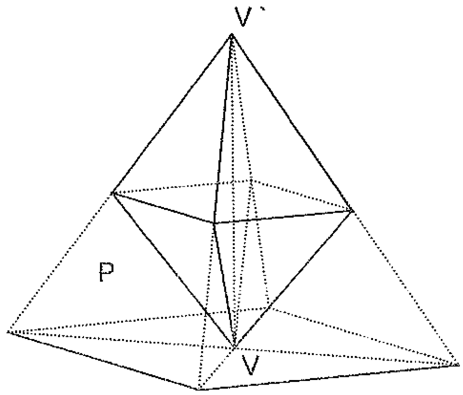
(B) $\sqrt{6}$

(C) $\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$

(D) $\dfrac{\sqrt{42}}{6}$

(E) $\dfrac{\sqrt{42}}{7}$

18) Considere um octaedro regular D, cuja aresta mede $6cm$ e um de seus vértices V repousa sobre um plano α perpendicular ao eixo que contém V. Prolongando-se, até encontrar o plano α, as quatro arestas que partem do outro vértice V′ de D (que se encontra na reta perpendicular a α em V), forma-se uma pirâmide regular P de base quadrada, conforme figura abaixo. A soma das áreas de todas as faces de D e P vale, em cm^2,



(A) $12\,(15\sqrt{3}+12)$

(B) $144\,(\sqrt{3}+1)$

(C) $72\,(3\sqrt{3}+2)$

(D) $18\,(9\sqrt{3}+8)$

(E) $36\,(2\sqrt{3}+4)$

19) Três cilindros circulares retos e iguais têm raio da base **R**, são tangentes entre si dois a dois e estão apoiados verticalmente sobre um plano. Se os cilindros têm altura **H**, então o volume do sólido compreendido entre os cilindros vale

(A) $\dfrac{R^2H(4\sqrt{3}-\pi)}{4}$

(B) $\dfrac{3\pi\sqrt{3}R^2H}{2}$

(C) $\dfrac{R^2H(4\sqrt{3}-\pi)}{2}$

(D) $\dfrac{R^2H(3\sqrt{3}-\pi)}{2}$

(E) $\dfrac{R^2H(2\sqrt{3}-\pi)}{2}$

20) Considere f uma função definida no conjunto dos números naturais tal que $f(n+2) = 3 + f(n)$, $\forall n \in N$, $f(0)=10$ e $f(1)=5$. Qual o valor de $\sqrt{f(81) - f(70)}$?

(A) $2\sqrt{2}$

(B) $\sqrt{10}$

(C) $2\sqrt{3}$

(D) $\sqrt{15}$

(E) $3\sqrt{2}$

Gabarito

01. B	**11.** B
02. A	**12.** D
03. A	**13.** D
04. B	**14.** E
05. E	**15.** E
06. C	**16.** A
07. C	**17.** D
08. D	**18.** C
09. C	**19.** E
10. A	**20.** B