Escola Naval 2008/2009

MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2008)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA

PROVA DE MATEMÁTICA

1)Nas proposições abaixo coloque (V) na coluna à esquerda quando a proposição for verdadeira e (F) quando for falsa.

( ) O triângulo cujos vértices são obtidos pela interseção das retas $y-x+2=0$, $y+x-8=0$ e $y=0$ é isósceles .

( ) A equação da circunferência cujo centro coincide com o centro da hipérbole $2y^2-x^2=6$ e que passa pelos focos desta é $x^2+y^2=8$.

( ) Seja f uma função real de variável real. Se a pertence ao domínio da f e $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=b$, então $f(a)=b$.

( ) Seja f uma função real de variável real. Se f possui derivadas de todas as ordens em um intervalo $I\subset IR$, $x_0\in I$ e $f''(x_0)=0$, então $(x_0, f(x_0))$ é um ponto de inflexão do gráfico da f .

( ) Se a,b e c, são respectivamente, as medidas dos lados opostos aos ângulos $\hat{A}$,$\hat{B}$ e $\hat{C}$ de um triângulo ABC, então o determinante $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ sen\,\hat{A} & sen\,\hat{B} & sen\,\hat{C} \end{vmatrix}$ é nulo, para quaisquer a,b,c em IR^* .

Lendo a coluna da esquerda, de cima para baixo, encontra-se

(A) V V V F V
(B) V V V V F
(C) F F F V F
(D) F F V V V
(E) V F F F V

2) A equação $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{3}\,sen 5x \cos 3x$ é dita uma equação diferencial ordinária de 2ª ordem. Quando $x=0$, $\frac{dy}{dx}$ vale $\frac{43}{48}$ e y vale **2.** O volume do cilindro circular reto, cujo raio da base mede $2\sqrt{2}\ m$ e cuja altura, em metros, é o valor de y quando $x=4\pi$, vale em metros cúbicos

(A) $4\pi(2\pi+1)$
(B) $8\pi(4\pi+1)$
(C) $4\pi(4\pi+2)$
(D) $16\pi(\pi+1)$
(E) $16\pi(2\pi+1)$

3) Os 36 melhores alunos do Colégio Naval submeteram-se a uma prova de 3 questões para estabelecer a antiguidade militar. Sabendo que dentre estes alunos, 5 só acertaram a primeira questão, 6 só acertaram a segunda, 7 só acertaram a terceira, 9 acertaram a primeira e a segunda, 10 acertaram a primeira e a terceira, 7 acertaram a segunda e a terceira e, 4 erraram todas as questões, podemos afirmar que o número de alunos que não acertaram todas as 3 questões é igual a

(A) 6
(B) 8
(C) 26
(D) 30
(E) 32

4) Considere a equação $ax^3+bx^2+cx+d=0$ onde, $a,b,c,d \in IR^*$. Sabendo que as raízes dessa equação estão em PA, então o produto abc vale

(A) $\dfrac{2b^2+9ac}{3}$

(B) $\dfrac{9a^2b+2ad}{3}$

(C) $\dfrac{2b^3+27a^2d}{9}$

(D) $\dfrac{3a^2bd+b^3}{3}$

(E) $\dfrac{27c^3d+3a^2b}{9}$

5) Cada termo de uma seqüência de números reais é obtido pela expressão $\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$ com $n \in IN^*$. Se $f(x)=x\, arcsen\left(\dfrac{x}{6}\right)$ e S_n é a soma dos **n** primeiros termos da seqüência dada , então $f'\left(\dfrac{301}{100}S_{300}\right)$ vale

(A) $\dfrac{2\sqrt{3}+\pi}{6}$

(B) $\dfrac{6\sqrt{5}+5\pi}{30}$

(C) $\dfrac{\sqrt{3}+2\pi}{18}$

(D) $\dfrac{4\sqrt{3}+3\pi}{12}$

(E) $\dfrac{\sqrt{3}+\pi}{3}$

6) O termo de mais alto grau da equação biquadrada B(x)=0 tem coeficiente igual a **1**. Sabe-se que duas das raízes dessa equação são, respectivamente, o termo central do desenvolvimento de $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^6$ e a quantidade de soluções da equação $sen^2x-6senx\cos x+8\cos^2 x=0$ no intervalo $[0,2\pi]$. Pode-se afirmar que a soma dos coeficientes de B(x) vale

(A) -9
(B) -6
(C) 3
(D) 7
(E) 12

7) A equação da parábola cujo vértice é o ponto $P(2,3)$ e que passa pelo centro da curva definida por $x^2+y^2-2x-8y+16=0$ é

(A) $y-x^2+4x-7=0$
(B) $-y-x^2+4x-1=0$
(C) $y^2+x-6y+7=0$
(D) $-y^2+x+6y-11=0$
(E) $y+x^2+4x-15=0$

8) Sejam $n \in IN$ tal que $2^4 + 2^5 + ... + 2^n = 8176$ e m o menor $m \in IN$ tal que $\frac{m!}{2.4.6...(2m)} \leq \frac{1}{6^{2\log_6 40}}$ seja verdadeira. O produto $m.n$ vale

(A) 120
(B) 124
(C) 130
(D) 132
(E) 143

9) Consideremos $a, x \in IR_+^*$, $x \neq 1$ e $a \neq 1$. Denotemos por $\log x$ e $\log_a x$, os logaritmos nas bases 10 e a respectivamente. O produto das raízes reais da equação $2\left[1+\log_{x^2}(10)\right]=\left[\frac{1}{\log(x^{(-1)})}\right]^2$ é

(A) $10\sqrt{10}$

(B) $\sqrt{10}$

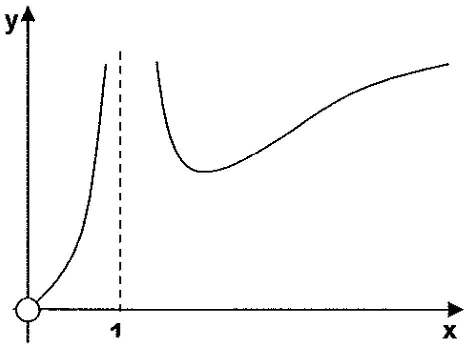
(C) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

(D) $\frac{\sqrt{10}}{100}$

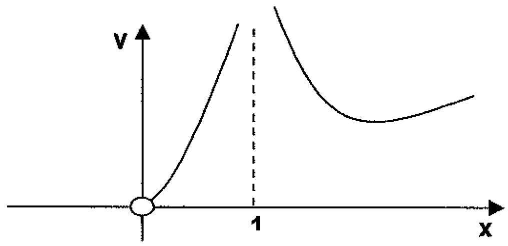
(E) 100

10) A melhor representação gráfica para a função real f, de variável real, definida por $f(x)=\left|\dfrac{x}{\ln x}\right|$ é

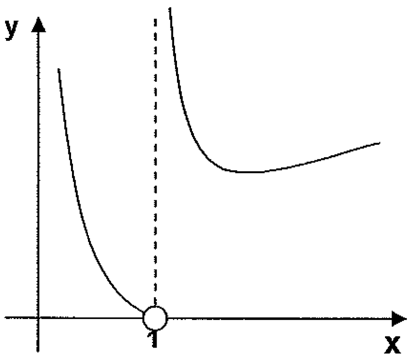
(A)



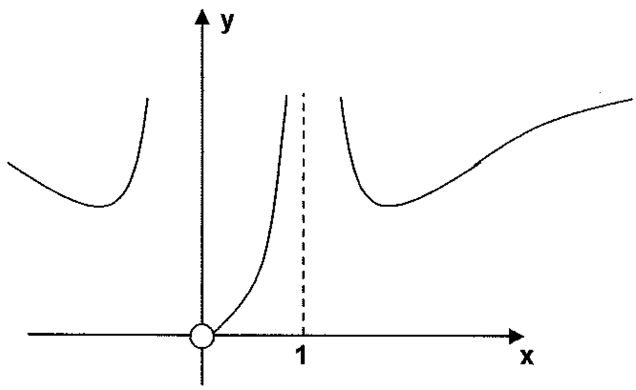
(B)



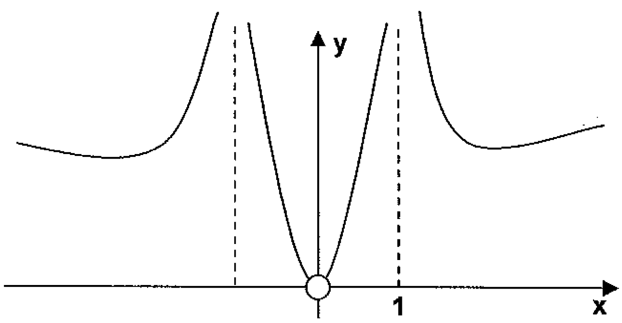
(C)



(D)



(E)



11) Seja **n** o menor inteiro pertencente ao domínio da função real de variável real $f(x)=\ln\sqrt[3]{\dfrac{e^{x}+1}{\left(\dfrac{27}{64}\right)-\left(\dfrac{3}{4}\right)^{(x+1)}}}$. Podemos afirmar que $\log_n 3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$ é raiz da equação

(A) $x^3-2x^2-9=0$

(B) $x^3+x-1=0$

(C) $x^4-4x^2-x+2=0$

(D) $x^2-4x+3=0$

(E) $x^4-4x^2+x+1=0$

12) Pode-se afirmar que a diagonal do cubo, cuja aresta corresponde, em unidades de medida, ao maior dos módulos dentre todas as raízes da equação $x^5+3x^4+7x^3+9x^2+8x+4=0$ mede

(A) $\sqrt{2}$

(B) $\sqrt{6}$

(C) $2\sqrt{2}$

(D) $2\sqrt{3}$

(E) $3\sqrt{3}$

13) A medida da área da região plana limitada pela curva de equação $y=\sqrt{4x-x^2}$ e pela reta de equação $y=x$ mede, em unidades de área,

(A) $\frac{\pi}{4}+2$

(B) $\pi-2$

(C) $\pi+4$

(D) $\pi+2$

(E) $\pi-1$

14) O valor de $\int \frac{1+x^2+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-x^4)(1+x^2)}}\,dx$ é

(A) arc cosx + arc cotgx + C

(B) arc senx - arc tgx + C

(C) -arc senx - arc cotgx + C

(D) arc cosx + arc tgx + C

(E) -arc cosx + arc tgx + C

15) Seja z um número complexo tal que $iz + 2\bar{z} = -3 - 3i$, onde $\bar{z}$ é o conjugado de z. A forma trigonométrica do número complexo $2\bar{z} + (3+i)$ é

(A) $\sqrt{2} cis \frac{5\pi}{4}$

(B) $2\sqrt{2} cis \frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2} cis \frac{3\pi}{4}$

(D) $\sqrt{2} cis \frac{7\pi}{4}$

(E) $2\sqrt{2} cis \frac{3\pi}{4}$

16) Seja **P** o ponto de interseção entre as retas **r** e **s** de equações $3x - 2y + 4 = 0$ e $-4x + 3y - 7 = 0$, respectivamente. Seja **Q** o centro da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 24 = 6x + 8y$. A medida do segmento $\overline{PQ}$ é igual à quarta parte do comprimento do eixo maior da elipse de equação

(A) $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$

(B) $2x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$

(C) $x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 36 = 0$

(D) $x^2 + 2y^2 - 2x - 8y + 1 = 0$

(E) $x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 8 = 0$

17) Considere o ponto **P** = (1,3,-1), o plano π**:** x + z = 2 e a reta **s:** $\begin{cases} x-z = y+2 \\ z-x = y-2 \end{cases}$

As equações paramétricas de uma reta **r**,que passa por **P**, paralela ao plano π e distando 3 unidades de distância da reta **s** são

(A) x = t + 1; y = 3; z = -t + 1

(B) x = -t + 1; y = 3; z = -t - 1

(C) x = 1; y = t + 3; z = -t - 1

(D) x = 1; y = -t + 3; z = t + 1

(E) x = t + 1; y = 3; z = -t - 1

18) O sistema linear

$$\begin{cases} x+2y-3z=4 \\ 3x-y+5z=2 \\ 4x+y+(a^2-14)\,z=a+2 \end{cases}$$

onde $a \in \Re$, pode ser impossível e também possível e indeterminado. Os valores de **a** que verificam a afirmação anterior são, respectivamente

(A) 4 e -4

(B) -4 e 4

(C) 24 e -24

(D) -24 e 24

(E) $\sqrt{12}$ e 12

19) Considere a função real **f**, de variável real, definida por $f(x) = x + \ln x \quad , \quad x \rangle 0$. Se **g** é a função inversa de **f**, então $g''(1)$ vale

(A) 1

(B) 0,5

(C) 0,125

(D) 0,25

(E) 0

20) Uma esfera de $36\pi\, m^3$ de volume está inscrita em um cubo. Uma pirâmide de base igual à face superior do cubo, nele se apóia. Sabendo que o apótema da pirâmide mede $4m$ e que um plano paralelo ao plano da base corta esta pirâmide a $2m$ do vértice, então o volume do tronco assim determinado mede, em metros cúbicos,

(A) $4\sqrt{7} - \dfrac{96}{7}$

(B) $12\sqrt{7} - \dfrac{96}{7}$

(C) $12\sqrt{7} - \dfrac{196}{7}$

(D) $36\sqrt{7} - \dfrac{48}{7}$

(E) $36\sqrt{7} - \dfrac{96}{7}$

Gabarito

01. E	**11.** C
02. E	**12.** B
03. D	**13.** B
04. C	**14.** E
05. A	**15.** D
06. A	**16.** D
07. A e C	**17.** E
08. D	**18.** B
09. C	**19.** C
10. A	**20.** B