MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2006)

MATEMÁTICA

1) A reta **r** tangente à curva de equação $x - \sqrt{xy} + y = 1$, no ponto **P** = (x, y), é paralela ao eixo das abscissas. Pode-se afirmar que o ponto **P** também pertence à reta de equação

(A) $x = 0$

(B) $y = 1$

(C) $y - x + 2 = 0$

(D) $y - x - 1 = 0$

(E) $3y + 3x - 1 = 0$

2) As raízes a, b, c da equação $x^3 + mx^2 - 6x + 8 = 0$, $m \in \mathbb{R}$, representam os três primeiros termos de uma progressão aritmética crescente. Se $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = -\frac{3}{8}$, o valor do 17° termo da progressão aritmética vale

(A) 38

(B) 41

(C) 46

(D) 51

(E) 57

3) Seja $\boldsymbol{b}$ a menor das abscissas dos pontos de interseção das curvas definidas pelas funções reais de variável real $f(x)=x^5-\ln 2x$ e $g(x)=x^5-\ln^2 2x$. O produto das raízes da equação $\sqrt[5]{\dfrac{x^{\log_5 \sqrt[5]{x}}}{2+\log_2 b}}=5$ é

(A) -1

(B) $-\dfrac{1}{5}$

(C) $\dfrac{1}{5}$

(D) $\dfrac{3}{5}$

(E) 1

4) O cone circular reto, de volume mínimo, circunscrito a um hemisfério de raio R e apoiado no plano diametral, tem por volume o número real

(A) $\dfrac{\pi}{3}R^3$

(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi R^3$

(C) πR^3

(D) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi R^3$

(E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi R^3$

5) O valor de $\lim\limits_{x \to 1^+} [\,(\ln x).\ln(x-1)\,]$ é

(A) $+\infty$

(B) e

(C) 1

(D) 0

(E) -1

6) No universo U = $\mathbb{R}_+$, o conjunto-solução da inequação $x^{2x^2-9x+4} < 1$ é

(A) $[0, \frac{1}{2}[\cup]1, 4[$

(B) $]\frac{1}{2}, 1[\cup]4, +\infty[$

(C) $]\frac{1}{2}, 1[\cup \{0\}$

(D) $]\frac{1}{2}, 4[\cup \{0\}$

(E) $[0, 1[\cup]1, 4[$

7) Sejam **r** e **s** retas do plano tais que:

(i) **r** possui coeficiente angular positivo e não intercepta a curva de equação $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

(ii) **s** é tangente ao gráfico da função real **f** definida por $f(x) = e^{(x^2-1)} \cdot \sqrt{3x-2} + \ln[1+(x-1)^4]$ no ponto P(1,1).

Se **I** é o ponto de interseção de **r** e **s**, então a soma de suas coordenadas vale

(A) $\frac{4}{25}$

(B) $\frac{11}{17}$

(C) $\frac{12}{25}$

(D) $\frac{21}{25}$

(E) $\frac{16}{17}$

8) O domínio da função real **f** de variável real, definida por $f(x) = \dfrac{\operatorname{arcsen}\left(\log \frac{x}{10}\right)}{\sqrt[4]{9x - x^3}}$ é

(A) [1,100]

(B)]0,3[∪]3,100]

(C)]1,3[∪]3,100]

(D)]0,100]

(E) [1,3[

9) Seja **r** a reta que contém:

(i) o ponto de interseção das retas

$$r_1: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = 4+5t \\ z = 2t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad r_2: \left\{ \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{4} = z+2 \right.$$

(ii) o ponto médio do segmento de extremos **A**(1,0,-1) e **B**(3,-4,3).

As equações de **r** são

(A) $x=-1-3t \;\; ; \;\; y=-1-t \;\; ; \;\; z=-2+3t$

(B) $x=1+3t \;\; ; \;\; y=-1-t \;\; ; \;\; z=-2+3t$

(C) $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$

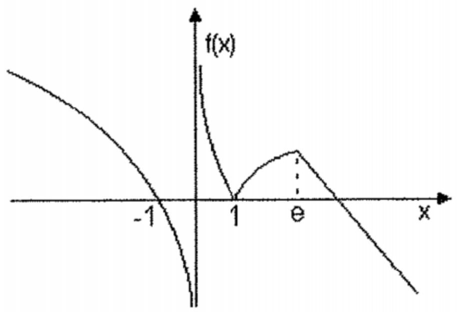
(D) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$

(E) $x=3+2t \;\; ; \;\; y=-1-2t \;\; ; \;\; z=3+t$

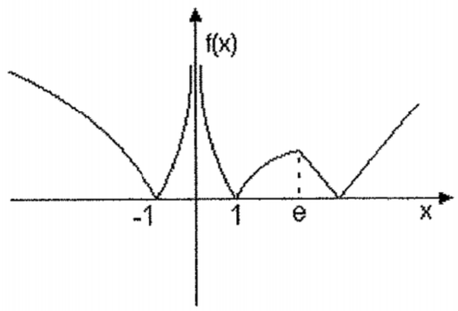
10) O gráfico que melhor representa a função real

$$f(x)=\begin{cases} |\ln x| & se \quad 0<x\le e \\ -x+1+e & se \quad x>e \\ \ln|x| & se \quad x<0 \end{cases} \qquad \text{com } x\in\mathbb{R}^* \text{ é}$$

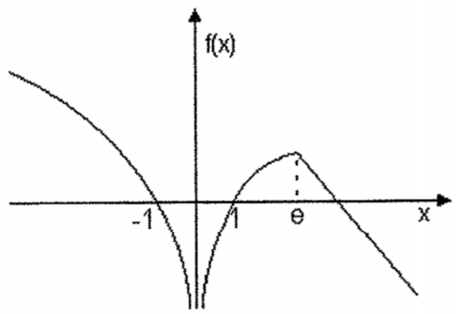
(A)



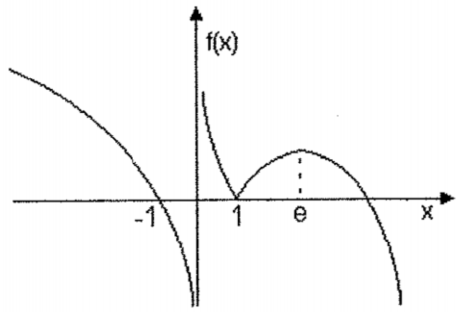
(D)



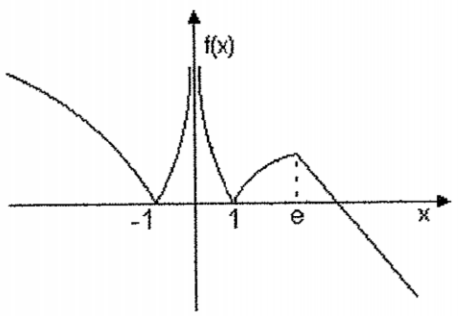
(B)



(E)



(C)



11) A região **R** do plano, limitada pela curva de equação $x=\sqrt{2y-y^2}$, com $1 \le y \le 2$, e pelas retas $2y-3x+1=0$ e $3y-2x-6=0$, gira em torno da reta $y=1$ gerando um sólido **S**. O volume de **S** , em unidades de volume, é

(A) $\dfrac{19\pi}{3}$

(B) $\dfrac{17\pi}{3}$

(C) 3π

(D) $\dfrac{15\pi}{6}$

(E) $\dfrac{11\pi}{6}$

12) Considere a matriz $A=\left(a_{ij}\right)_{3\times3}$ tal que $a_{ij}=(-1)^{i+j}\left(\dfrac{2i+j}{2}\right)$. Seja $D=\left(d_{ij}\right)=2A-A^t$. Sabendo que $d_{12}=-x-b-2c$, $d_{23}=x-3b+c$ e $d_{31}=x+4b+2c$ onde $x,b,c\in\mathbb{R}$, $b\ne x$, então o valor de $\dfrac{c}{b-x}$ é

(A) $\dfrac{1}{4}$

(B) $\dfrac{1}{3}$

(C) 1

(D) $\dfrac{3}{2}$

(E) $\dfrac{5}{2}$

13) Sejam **a** e **b** constantes reais positivas, $a \neq b$. Se x é uma variável real, então $\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx$ é

(A) $(\ln a - \ln b)\left(\frac{a^x}{b^x} - \frac{b^x}{a^x}\right) - 2x + c$

(B) $(\ln b - \ln a)\left(\frac{a^x}{b^x} - \frac{b^x}{a^x}\right) - 2x + c$

(C) $\frac{1}{(\ln a - \ln b)}\left(\frac{a^x}{b^x} - \frac{b^x}{a^x}\right) - 2x + c$

(D) $\frac{a^x}{b^x} - \frac{b^x}{a^x} - 2x + c$

(E) $\frac{1}{(\ln b - \ln a)}\left(\frac{a^x}{b^x} - \frac{b^x}{a^x}\right) - 2x + c$

14) Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -i & 0 \\ 1 & -1 & -i \\ i^3 & 1 & -i \end{pmatrix}$ com elementos em $\mathbb{C}$. Sendo z, $z_1 \in \mathbb{C}$, e $z = \det A$, então a forma trigonométrica de $z_1 = z - \frac{1}{z} + \frac{\bar{z}}{2}$ é

(A) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\,\text{sen}\,\frac{5\pi}{4}\right)$

(B) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\,\text{sen}\,\frac{7\pi}{4}\right)$

(C) $2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}\right)$

(D) $2\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{3\pi}{2}\right)$

(E) 1

15) Um tanque de combustível tem a forma de um cilindro circular reto e sua altura mede três metros. O raio da base do cilindro vale, em metros, o dobro da soma dos cubos dos inversos das raízes da equação: $x^4+4x^3+8x^2+8x+4=0$. A área lateral do tanque, em m^2, mede

(A) 6π

(B) 12π

(C) 18π

(D) 36π

(E) 48π

16) Seja $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & -4 & 5\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix}$ e D $=\left(d_{ij}\right)_{3\times3}=$ $B^2-4B+3I$. Se o número real $N=\sum_{i=1}^{3} d_{ii}$ é o produto escalar dos vetores $\vec{u}=(2\,,\,11\,,1)$ e $\vec{w}=(5\,,\,a\,,\,4)$, então o valor de tg 2θ, onde θ é o ângulo formado entre $\vec{u}$ e $\vec{w}$, vale

(A) $-\dfrac{\sqrt{6}}{19}$

(B) $\dfrac{12\sqrt{3}}{7}$

(C) $-\dfrac{17\sqrt{3}}{20}$

(D) $-\dfrac{12\sqrt{6}}{19}$

(E) $\dfrac{12\sqrt{7}}{20}$

17) Na figura abaixo, o triângulo **PMR** é equilátero e o quadrilátero **PQRS** é um quadrado, cujo lado mede 2cm. A área do triângulo **MNR**, em cm^2, vale

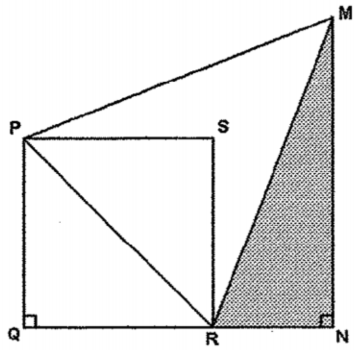
(A) 1

(B) $\sqrt{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\sqrt{6}$

(E) $\sqrt{12}$



18) Um plano π, ao interceptar os semi-eixos coordenados positivos, determina sobre estes, segmentos iguais. Sabendo que os pontos **P**(1, -1, 2) e **Q**(2, 2, 1) pertencem a um plano α, perpendicular ao plano π, pode-se afirmar que a equação do plano α é igual a

(A) $x-y+2z+2=0$

(B) $x+y+z+2=0$

(C) $2x-y+z-1=0$

(D) $-2x+y+z+1=0$

(E) $-x+y-2z+2=0$

19) O conjunto de todos os valores de $\theta \in [0,\pi]$ que satisfazem ao sistema $\begin{cases} x^2 + x + tg\theta > \dfrac{3}{4} & , \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \dfrac{1}{\ln\theta} + \dfrac{1}{1-\ln\theta} > 1 \end{cases}$ é

(A) $]1, \pi[$

(B) $]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[$

(C) $]1, \frac{\pi}{2}[$

(D) $]\frac{\pi}{2}, e[$

(E) $]e, \pi[$

20) Um tapete de oito faixas deve ser pintado com as cores **azul, preta** e **branca.** A quantidade de maneiras que se pode pintar este tapete de modo que duas faixas consecutivas não sejam da mesma cor é

(A) 256

(B) 384

(C) 520

(D) 6561

(E) 8574

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO

Gabarito

01. D	**11.** A
02. C	**12.** B
03. E	**13.** C
04. E	**14.** B
05. D	**15.** B
06. A	**16.** D
07. E	**17.** A
08. E	**18.** D
09. C	**19.** C
10. A	**20.** B