Escola Naval 2005/2006

MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2005)

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

1) Um depósito de óleo diesel existente em uma das Organizações Militares da MB tem a forma de um prisma hexagonal regular com altura de 2 metros. Sabendo-se que o comprimento da diagonal maior do depósito vale $\frac{2\sqrt{30}}{9}$ do comprimento da diagonal menor da base, pode-se dizer que o valor da função f, definida por $f(x) = 2x^{-1/3}$ no número **V** representante do volume do depósito vale

(A) $2\frac{\sqrt[6]{3}}{9}$

(B) $2\frac{\sqrt{3}}{9}$

(C) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{9}$

(D) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{5}$

(E) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{3}$

2) Uma das raízes da equação $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}\,i$ também é raiz da equação

(A) $x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 4 = 0$

(B) $x^2 + 3 = 0$

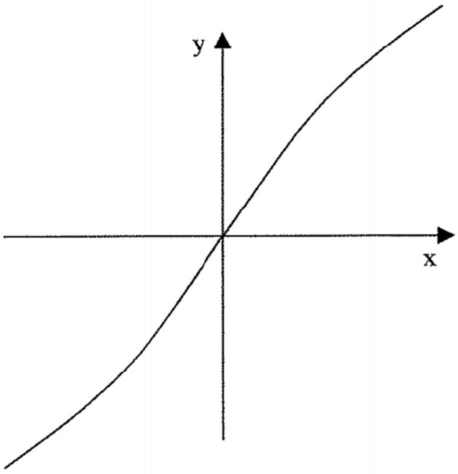
(C) $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 6 = 0$

(D) $x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 16 = 0$

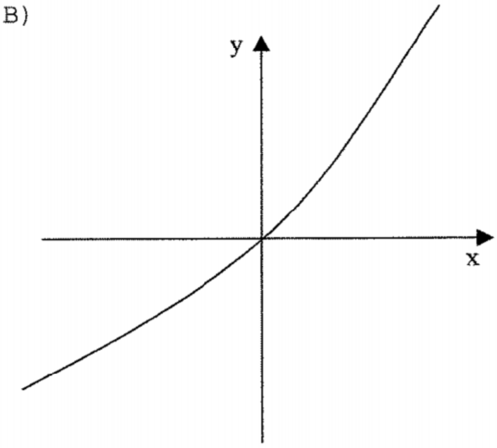
(E) $x^2 + 4\sqrt{3}\,x + 13 = 0$

3) Dentre as opções abaixo, aquela que melhor representa o gráfico da função real de variável real $f(x) = x + 2\,\mathrm{arctg}\,x$ é

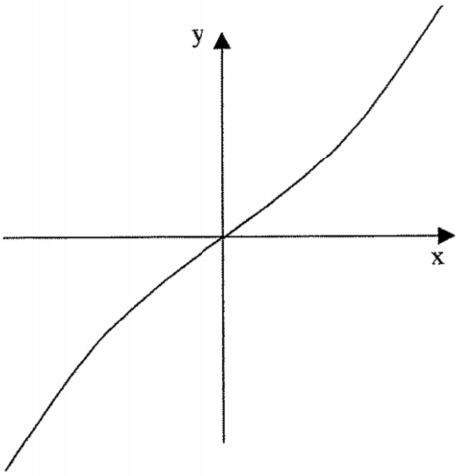
(A)



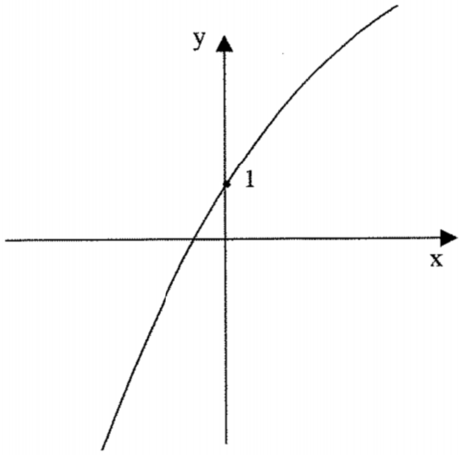
(B)



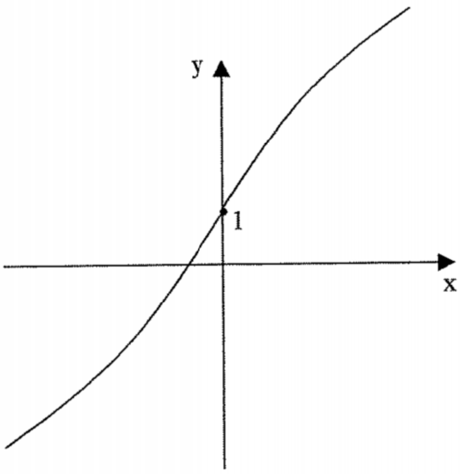
(C)



(D)



(E)



4) O simétrico do ponto M=(3,4) em relação à reta que une os pontos A=(-1,3) e B=(4,-2) pertence à curva cuja equação é

(A) $x^2+2y^2=5$

(B) $y=x^2+1$

(C) $\frac{x^2}{4}+y^2=2$

(D) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

(E) $x^2-y^2=4$

5) Sejam f e g funções reais de variável real. Se

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{7}}{\sqrt{x^2+15}-8} & \text{se } x \neq 7 \\ a & \text{se } x = 7 \end{cases}$$

é contínua em $x=7$ e $g(x)=\ln^2\left(2x+\frac{6}{7}\right)$, pode-se afirmar que $g'\left(\sqrt{7}\,a\right)$ vale

(A) 0

(B) $\ln 2$

(C) 1

(D) $\ln 4$

(E) 2

6) Na discussão do sistema

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{z} = 0 \\ \\ \dfrac{a}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{2}{z} = 0 \\ \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{y} - \dfrac{4}{z} = 0 \end{cases} \qquad \text{com } x, y, z \in \Re^*$$

concluímos que o sistema é possível e indeterminado se

(A) $a = \dfrac{3}{19}$

(B) $a \neq \dfrac{-17}{9}$

(C) $a \neq \dfrac{3}{19}$

(D) $a = \dfrac{-17}{9}$

(E) $a \neq \dfrac{-17}{11}$

7) Para que o resto da divisão do polinômio $P(x)=8m^3x^4+12mx^3+1$ por $Q(x)=4x+2$ seja maior que zero, deve-se ter

(A) $-3<m<-2$

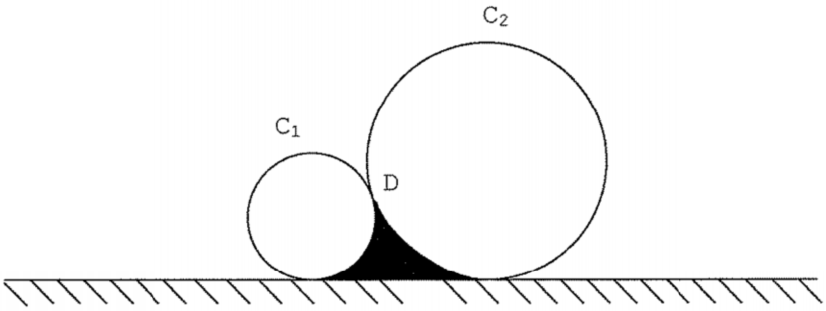
(B) $m>1$

(C) $m>-2$

(D) $m<1$ ou $m>2$

(E) $m<2$

8) Sejam C_1 e C_2 dois círculos de raios 1cm e 3cm, respectivamente, apoiados em uma reta horizontal e tangentes no ponto D, conforme a figura



O raio do círculo C_3 cuja área coincide, numericamente, com o perímetro da região em negrito é, em cm,

(A) $\sqrt{\frac{5}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{\pi}}$

(B) $\sqrt{\frac{5}{3}+\frac{4}{\pi}}$

(C) $\sqrt{5+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}}$

(D) $\sqrt{\frac{5\pi}{3}+2\sqrt{3}}$

(E) $\sqrt{\frac{5}{3}+2\sqrt{3}\pi}$

9) O cálculo de $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}}dx$ é igual à

(A) $\frac{ln\left|1+e^{4x}\right|}{4}+c$

(B) $2\ \text{arctg}\ e^{2x}+c$

(C) $\frac{\text{arctg}\ e^{2x}}{4}+c$

(D) $\frac{ln\left|1+e^{4x}\right|}{4e^{2x}}+c$

(E) $\frac{-\text{arc cotg}\ e^{2x}}{2}+c$

10) Seja A o menor inteiro pertencente ao domínio da função real, de variável real, $f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{\frac{9}{16}-\left(\frac{4}{3}\right)^{(1-x)}}}$. Pode-se afirmar que $\log_A 2\sqrt{2\sqrt{2}}$ pertence ao intervalo

(A) $\left[\frac{1}{2},1\right]$

(B) $\left]0,\frac{1}{3}\right[$

(C) $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$

(D) $\left[1,\frac{3}{2}\right[$

(E) $\left]\frac{3}{2},2\right]$

11) Seja $\vec{w}$ um vetor unitário do $\Re^3$, normal aos vetores $\vec{u}=(-1,1,1)$ e $\vec{v}=(0,-1,-1)$ e com 2ª coordenada positiva. Se θ é o ângulo entre os vetores $(\sqrt{2}\,\vec{w}+\vec{u})$ e $(-\vec{v})$, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$, então cossec 2θ vale

(A) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

(B) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

(C) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

(D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(E) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

12) Seja $y=y(x)$ uma função real que satisfaz à equação $8y-(\frac{x^6+2}{x^2})=0$, $x\in\Re_-^*$. O valor de $\int x^2\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$ é

(A) $\frac{x^6}{12}+\frac{\ln|x|}{2}+c$

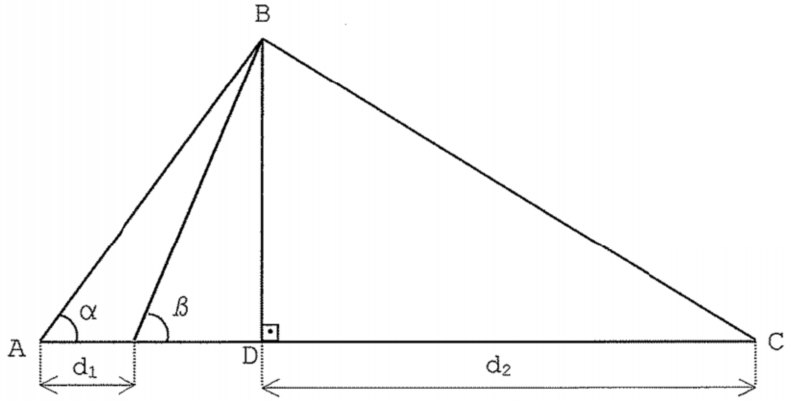
(B) $-\frac{x^4}{8}+\frac{x^{-2}}{4}+c$

(C) $-\frac{x^6}{12}-\ln|x|+c$

(D) $\frac{-x^6}{12}-\frac{\ln|x|}{2}+c$

(E) $\frac{x^4}{8}-\frac{x^{-2}}{4}+c$

13) Considere a figura abaixo:



A área do triângulo BDC é

(A) $\dfrac{d_1+d_2}{\cot g\alpha-\cot g\beta}$

(B) $\dfrac{d_1.d_2}{2(\cot g\alpha+\cot g\beta)}$

(C) $\dfrac{d_1+d_2}{2(\cot g\alpha-\cot g\beta)}$

(D) $\dfrac{d_1.d_2}{2\cot g\alpha-\cot g\beta}$

(E) $\dfrac{d_1.d_2}{2(\cot g\alpha-\cot g\beta)}$

14) Os coeficientes dos três primeiros termos do desenvolvimento de $\left(x^2+\dfrac{1}{2x}\right)^n$ coincidem com os três primeiros termos de uma progressão aritmética (PA). O valor do 11° termo da PA é

(A) 27

(B) 29

(C) 31

(D) 33

(E) 35

15) Seja L a reta tangente ao gráfico da função real, de variável real, Y(x)= $e^{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3}\cos\left(\frac{3\pi}{4}-2x\right)$ no ponto $\left(\frac{\pi}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Se P e Q são os pontos de interseção de L com os eixos coordenados, a medida da área do triângulo de vértices P, Q e (0,0) é

(A) $\frac{\sqrt{2}\,\pi\,(\pi+1)}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{2}\,(\pi+1)^2}{8}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)^2$

(D) $\frac{\sqrt{2}(\pi-1)^2}{4}$

(E) $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\pi}{2}+2\right)^2$

16) Sejam $\boldsymbol{f}$ e $\boldsymbol{g}$ duas funções reais e deriváveis tais que $\boldsymbol{f}'(x)=\text{sen}(\cos\sqrt{x})$ e $\boldsymbol{g}(x)=\boldsymbol{f}(x^2)$, $x\in\Re_+^*$. Pode-se afirmar que $g'(x^2)$ é igual à

(A) $2x\ \text{sen}(\cos x^2)$

(B) $2x^2\cos(\cos x^2)$

(C) $2x^2\ \text{sen}(\cos x^2)$

(D) $2x\cos(\cos x)$

(E) $2x^2\ \text{sen}(\cos x)$

17) Em uma pirâmide regular, de base hexagonal, o apótema da base mede 1cm. Se a altura da pirâmide mede o dobro da medida da diagonal de um cubo de $8cm^3$ de volume, então a razão entre a área lateral da pirâmide e a área total do cubo vale

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$

(B) $\frac{7\sqrt{3}}{12}$

(C) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(D) $\frac{13\sqrt{3}}{12}$

(E) $2\sqrt{3}$

18) No intervalo $[0, \pi]$ a equação $\text{sen}^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ possui soma dos inversos das raízes igual à

(A) $\frac{15}{2\pi}$

(B) $\frac{117}{10\pi}$

(C) $\frac{15}{\pi}$

(D) 2π

(E) $\frac{117}{5\pi}$

19) Um recipiente cilíndrico que deve ter 1$\mathbf{m}^3$ de volume vai ser construído nas oficinas do Arsenal de Marinha, para atender a um dos navios da MB. Na lateral e na tampa, será utilizado um material cujo preço é R$ 1.000,00 por $\mathbf{m}^2$ e, no fundo, um material cujo preço é R$ 2.000,00 por $\mathbf{m}^2$. Que dimensões deve ter o recipiente, para que a MB tenha a menor despesa possível?

(A) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\dfrac{1}{3\pi^2}$ m

(B) $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\pi}}$ m e $\dfrac{1}{9\pi\sqrt[3]{\pi^2}}$ m

(C) $\dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{3}}$ m e $\dfrac{1}{\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

(D) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\sqrt[3]{\dfrac{9}{\pi}}$ m

(E) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

20) O conjunto de todos os números reais que satisfazem à desigualdade $|1-2x|+|x+1|-|2x-3|>2$ é

(A) $]-\infty, -\frac{7}{3}[\,\cup\,]1, \frac{3}{2}[\,\cup\,]5, +\infty[$

(B) $]-\infty, -\frac{7}{3}[\,\cup\,]1, \frac{3}{2}]\,\cup\,]5, +\infty[$

(C) $]-\infty, -5[\,\cup\,[\frac{3}{2}, +\infty[$

(D) $]-\infty, -5[\,\cup\,[5, +\infty[$

(E) $]-\infty, -5[\,\cup\,]1, +\infty[$

Gabarito

01. C	**11.** B
02. A	**12.** D
03. A	**13.** E
04. C	**14.** C
05. D	**15.** B
06. D	**16.** C
07. X	**17.** B
08. A	**18.** B
09. E	**19.** D
10. A	**20.** E

X: anulada pela banca