Escola Naval 2004/2005

PROCESSO SELETIVO

DE

ADMISSÃO

À

ESCOLA NAVAL

(PSAEN/2004)

(1ª FASE)

MATEMÁTICA

1) Numa pirâmide regular cuja base é um quadrado, os números $\sqrt{2}$, o apótema $\underline{a}$ da base e a altura $\underline{h}$ da pirâmide formam, nesta ordem, uma progressão aritmética e a soma destes é $9\sqrt{2}$. O valor da área da superfície total desta pirâmide é

(A) $24(1 + 2\sqrt{17})$

(B) $48(3 + \sqrt{34})$

(C) $36(2 + 2\sqrt{34})$

(D) $12(3 + 3\sqrt{17})$

(E) $24(3 + \sqrt{34})$

2) Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} w & w \\ -1 & w \end{pmatrix}$, onde w é o número complexo $w = \cos\frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}$. O valor do determinante de $\underline{A}$ é

(A) 1

(B) 0

(C) -1

(D) $-1 + \sqrt{3}\,i$

(E) $1 + \sqrt{3}\,i$

3) Considere a matriz quadrada $A = \begin{pmatrix} y^2 & 2 & 1 \\ -2 & 2y^2 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ onde $y \in \mathbb{R}$.

O produto dos valores de $\underline{y}$, para os quais o determinante de $\underline{A}$ é igual a menor raiz da equação $|x-3|=15$ é

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) -1

(E) $-\sqrt{2}$

4) Dadas as funções reais $f(x) = \dfrac{100}{1+2^{-x}}$ e $g(x) = 2^{\frac{x}{2}}$, pode-se afirmar que $(gof^{-1})(90)$ é igual a

(A) 10

(B) 3

(C) 1

(D) $\dfrac{1}{3}$

(E) $\dfrac{1}{10}$

5) Se a, b, m e n são números reais tais que $a^2 + b^2 = 341\,ab$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $\log_3 2 = m$ e $\log_3 7 = n$, então, o valor da expressão

$$\log_3 \frac{[a+b]^2}{64\,ab} - \log_3 \left[\frac{7}{3}\right]^2 - 2[\log_9 2]^2 + \log_{\frac{1}{3}} 14 \text{ é}$$

(A) $m^2 + 6n - 1$

(B) $-\dfrac{m^2}{2} - 7m + 2$

(C) $3\dfrac{n^2}{2} + 3m - 6n - 2$

(D) $\dfrac{n^2}{2} + 6n - 1$

(E) $-n^2 + 6m - 1$

6) Dados os vetores $\vec{a} = \left(1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$, $\vec{b} = (1, 0, 3)$ e $\vec{c} = (2, -1, 1)$, o valor do módulo de $\vec{v}$, onde $\vec{v}$ é um vetor perpendicular aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tal que $\vec{v} \cdot \vec{c} = 8$ é

(A) $\sqrt{11}$

(B) $\sqrt{13}$

(C) $\sqrt{15}$

(D) $\sqrt{17}$

(E) $\sqrt{19}$

7) Sabendo-se que $y(x)$ é uma função real derivável em todo o seu domínio e que $y'(x) = e^{3x} + \frac{1}{x^2+2x+2} + \frac{1}{1-3x}$ e $y(0) = \frac{\pi}{4} + \frac{4}{3}$, pode-se afirmar que $y(-1)$ é igual a

(A) $\frac{e^{-3}-2\ln 2}{3}$

(B) $\frac{4e^{-3}+5}{4}$

(C) $\frac{e^{-3}+3\ln 2+3}{3}$

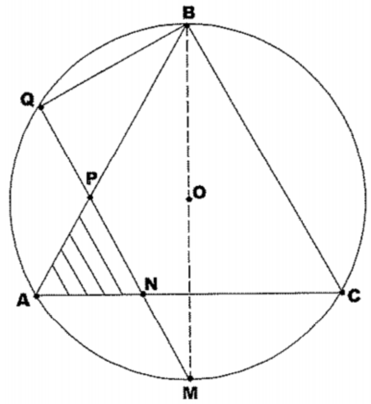
(D) $\frac{3-2\ln 2+e^{-3}}{3}$

(E) $\frac{e^{-3}-\ln 2+3}{3}$

8) Um octaedro regular está inscrito num cubo de aresta a. A razão entre o volume do cubo e o volume do octaedro é

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

9)



Na figura acima o triângulo ABC é equilátero e está inscrito em uma circunferência de centro $\underline{o}$ e raio $\underline{r}$.
Se os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{MQ}$ são paralelos, então a área do triângulo APN é

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2} r^2$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{3} r^2$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{6} r^2$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{4} r^2$

(E) $\frac{\sqrt{3}}{12} r^2$

10) O valor do $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}\right)$ é igual a

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $-\frac{1}{3}$

(D) $-\frac{3}{2}$

(E) $-\frac{4}{3}$

11) O conjunto dos números reais $\underline{x}$ que satisfaz a desigualdade $\left|\dfrac{3 - 2x}{2 + x}\right| \leq 4$ é

(A) $]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$

(B) $]-\infty, -2[\cup [-\frac{5}{6}, +\infty[$

(C) $[-\frac{11}{2}, -\frac{5}{6}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$

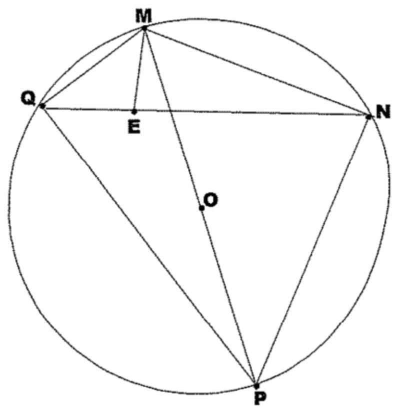
(D) $]-\infty, -\frac{11}{2}] \cup [-\frac{5}{6}, +\infty[$

(E) $]-\infty, -\frac{5}{6}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$

12) Um Banco de Sangue catalogou um grupo de 50 doadores, assim distribuídos: 19 com sangue tipo O; 24 com fator Rh^- (negativo); e 11 com fator Rh^+ (positivo) e tipo diferente de O. Quantos são os modos possíveis de selecionar 3 doadores desse grupo que tenham sangue de tipo diferente de O, mas com fator Rh^- (negativo)?

(A) 4495
(B) 2024
(C) 1140
(D) 165
(E) 155

13)



O quadrilátero MNPQ está inscrito em uma circunferência de centro O e raio 6cm, conforme a figura acima.

Sabe-se que $\overline{QM} = 3cm$, $\overline{MN} = 8cm$ e que a diagonal $\overline{MP}$ passa por <u>O</u>. Se <u>E</u> é um ponto do segmento $\overline{QN}$ tal que $\overline{ME}$ é perpendicular a $\overline{QN}$, então o valor do perímetro do triângulo QME, em cm, é

(A) $5 + \sqrt{5}$

(B) $\frac{9}{2}$

(C) $7 + \sqrt{2}$

(D) $\frac{5}{2} + \sqrt{3}$

(E) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

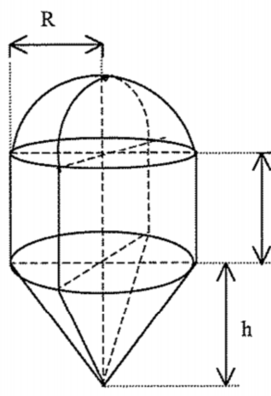
14) O conjunto - solução da inequação $\frac{1}{3^{(x+2)}} > 3^{\frac{4}{(1-x)}}$, onde x é uma variável real é

(A)] - ∞,-3 [U] 1, 2 [
(B)] - ∞,-3 [U] 2, + ∞ [
(C)] - ∞,-2 [U] 1, 3 [
(D)] - 2, 1 [U] 3, + ∞ [
(E)] - 3, 1 [U] 2, + ∞ [

15) A equação da reta que passa pelo centro da curva $4x^2 + y^2 - 4x + 4y = 0$ e é normal ao gráfico da função real $f(x) = \text{arc sen}\sqrt{x}$ no ponto da abscissa $x = \frac{1}{2}$ é

(A) $2y - 2x + 3 = 0$
(B) $y - x + 3 = 0$
(C) $y + x + 1 = 0$
(D) $2y + 2x + 3 = 0$
(E) $y - x - 1 = 0$

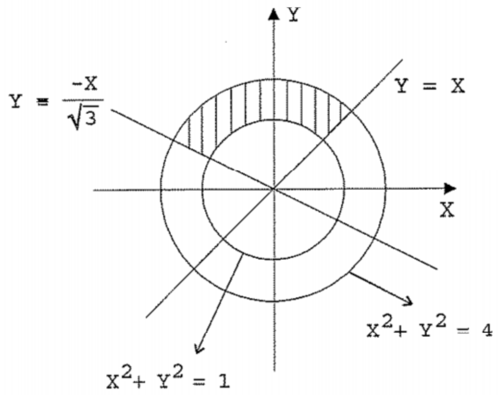
16)



Um determinado recipiente tem a forma da figura indicada acima. Sabendo-se que a semi-esfera, o cilindro e o cone circular reto que constituem o recipiente têm volumes iguais, é verdadeiro afirmar que

(A) $h - R + 2H = 0$
(B) $2h - 2R - 3H = 0$
(C) $2h - R + 3H = 0$
(D) $2h + 2R - H = 0$
(E) $h - 3R + H = 0$

17)



A área da região hachurada na figura acima é igual a

(A) $\frac{7\pi}{8}$
(B) $\frac{7\pi}{6}$
(C) $\frac{6\pi}{7}$
(D) $\frac{5\pi}{8}$
(E) $\frac{5\pi}{16}$

18) Os pontos $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$ são soluções do sistema de equações
$$\begin{cases} \text{sen } (x + y) + \text{sen } (x - y) = 2 \\ \text{sen } x + \cos y = 2 \end{cases}$$
onde $x \in [0, 2\pi]$ e $y \in [0, 2\pi]$. A distância desde A até B é

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

(C) π

(D) 2π

(E) 3π

19) Seja α o plano que contém a reta $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = z+1$ e o ponto $P=(-1, 0, 2)$. A equação do plano β, que é paralelo a α e passa pelo ponto $Q=(3, -2, 1)$ é

(A) $x - y + 3z - 8 = 0$
(B) $2x - 5z - 1 = 0$
(C) $y + z + 1 = 0$
(D) $x + 2y + z = 0$
(E) $x + y - 1 = 0$

20) O valor das constantes reais a e b para as quais a função real
$$g(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq -1 \\ ax^3 + x + 2b & \text{se } x > -1 \end{cases}$$
seja derivável para todo x é

(A) $a = 1/2$ e $b = 1$

(B) $a = 1$ e $b = -1/2$

(C) $a = -1/2$ e $b = 1$

(D) $a = -1$ e $b = -1/2$

(E) $a = 1/2$ e $b = -1$

Gabarito

01. E	**11.** D
02. C	**12.** C
03. A	**13.** A
04. B	**14.** A
05. B	**15.** X
06. E	**16.** B
07. D	**17.** A
08. E	**18.** D
09. E	**19.** E
10. B	**20.** C

X: anulada pela banca