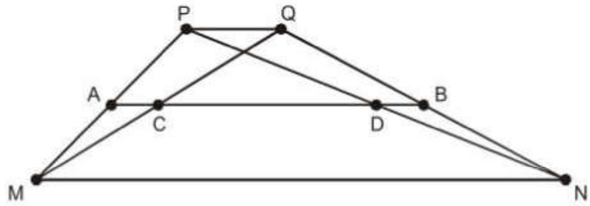
Escola Naval 2004
Matemática - Professor Gilson

01. Considere o trapézio MNPQ de bases $\overline{MN} = m$ e $\overline{PQ} = 4$, com $m > 4$ e altura igual a 6, conforme figura abaixo.



Sendo A e B os pontos médios dos lados $\overline{MP}$ e $\overline{NQ}$, respectivamente, e sabendo que $\overline{AB} = 10$, então a área do trapézio MCDN vale:

a) 28 b) 33 c) 37 d) 42 e) 45

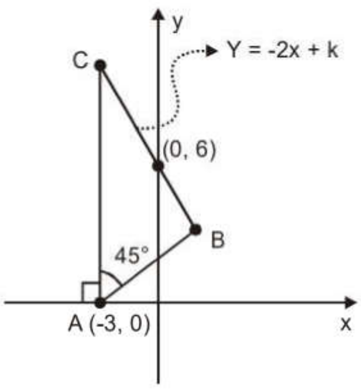
02. Seja $z = \frac{2+3i}{1-i} + \left(i - \sqrt{3}\right)^3$. Se θ é o argumento de z, podemos afirmar que $\operatorname{tg}\theta$ é igual a:

a) -23 b) -21 c) -19 d) 17 e) 19

03. Seja g(x) uma função real, derivável até a 3ª ordem para todo x real, tal que $g(0) = g'(0) = 0$ e $g''(0) = 16$. Se f(x) é uma função real definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{2x} \text{ se } x \neq 0 \\ 0 \text{ se } x = 0 \end{cases}$, então $f'(0)$ é igual a:

a) 16 b) 12 c) 8 d) 4 e) 0

04.



O perímetro do triângulo ABC dado na figura acima mede:

a) $12+\sqrt{2}+\sqrt{5}$

b) $6+4\sqrt{2}+\sqrt{5}$

c) $12+\sqrt{2}+4\sqrt{5}$

d) $6+\sqrt{2}+4\sqrt{5}$

e) $12+4\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$

05. O número de soluções da equação

$(1-\cos x)+\frac{(1-\cos x)^2}{2}+\frac{(1-\cos x)^3}{4}+\ldots\ldots=2$ para x real, quando $0\leq x\leq 4\pi$ é

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

06. Considere a função real f definida por

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 \text{ se } x<-2 \\ \frac{3}{x^2-1} \text{ se } -2\leq x<-1 \\ \frac{3}{x^2-1} \text{ se } -1<x<1 \\ \frac{3}{x^2-1} \text{ se } 1<x<2 \\ x^3 \text{ se } x\geq 2 \\ 2 \text{ se } x=1 \\ 2 \text{ se } x=-1 \end{cases}$$

A imagem da função f é o conjunto:

a) $]-\infty,-3]\cup[1,+\infty[$

b) $]-\infty,-1[\cup[2,\infty[$

c) $]-\infty,-3[\cup]-1,1[\cup]1,+\infty[$

d) $]-\infty,-2[\cup]-2,-1[\cup]-1,+\infty[$

e) $IR-\{-1,1\}$

07. Sejam α e β dois planos no IR^3 cuja interseção é a reta r. Os vetores $\vec{u} = (2, 1, 3)$ e $\vec{v} = (2, -3, 1)$ são perpendiculares aos planos α e β, respectivamente. A equação da reta s que passa pelo centro da esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2z + 9 = 0$ e é paralela à reta r é:

a) $\frac{x+3}{2} = y = \frac{z-1}{-3}$ b) $\frac{x+3}{-5} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{4}$

c) $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{-3} = z+1$ d) $\frac{k+3}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-4}$

e) $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-4}$

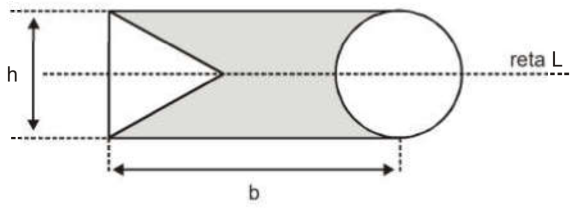
08. O termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ é:

a) 84 b) 83 c) 82 d) 80 e) 78

09. Considere um triângulo ABC, cujos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ medem 10 cm, 15 cm e $10\sqrt{2}$ cm, respectivamente. Seja $\overline{CH}$ a altura relativa ao lado $\overline{AB}$. Com centro no ponto médio do lado $\overline{BC}$, traça-se uma circunferência que é tangente a $\overline{CH}$ no ponto T. O comprimento desta circunferência é

a) $\frac{25\pi}{2}$ b) $\frac{25\pi}{4}$ c) $\frac{21\pi}{8}$ d) $\frac{5\pi}{2}$ e) $\frac{5\pi}{4}$

10. Considere um triângulo de altura h e base b, um triângulo equilátero de lado h e uma circunferência de diâmetro h com centro no lado do retângulo, conforme figura. Seja L a reta que passa pelo centro da circunferência e por um dos vértices do triângulo, como na figura.



A área da superfície total do sólido gerado pela rotação da área hachurada em torno da reta L é:

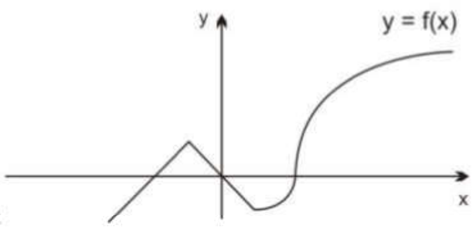
a) πhb b) $\pi h(b-h)$ c) $\pi h(b+h)$

d) $\frac{\pi h}{2}(2b+h)$ e) $\frac{\pi h}{2}(2b-h)$

11. O valor de $\sqrt{6 + x^2 + y^2}$ onde x e y são números inteiros que satisfazem a equação $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ é:

a) $\sqrt{8}$ b) 3 c) $\sqrt{11}$ d) $\sqrt{14}$ e) 4

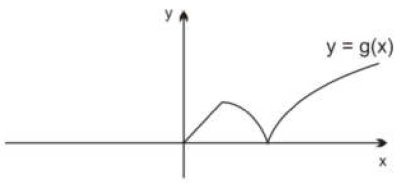
12. A figura é a representação gráfica de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.



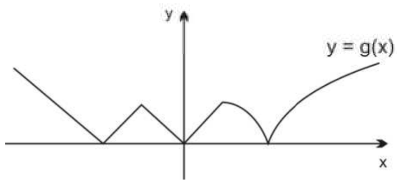
m

Dos gráficos abaixo, aquele que melhor representa a função g: IR $\to$ IR onde $g(x) = |f(|x|)|$ é:

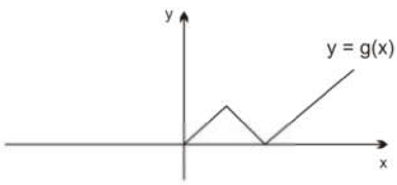
a)



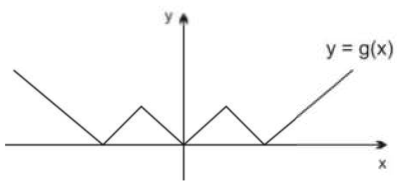
b)



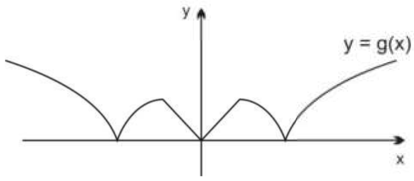
c)



d)



e)



13. Analise as afirmativas abaixo.

I – Se uma reta e um plano são concorrentes, então a reta é concorrente com qualquer reta do plano.

II – Se duas retas distintas são paralelas a um plano, então elas são paralelas entre si.

III – Duas retas ou são coplanares ou são reversas.

IV – Se uma reta é paralela a dois planos, então esses planos são paralelos.

Assinale a alternativa correta.

a) Apenas a afirmativa III é verdadeira.

b) Apenas as afirmativas III e IV são verdadeiras.

c) Todas as afirmativas são falsas.

d) Apenas a afirmativa I é verdadeira.

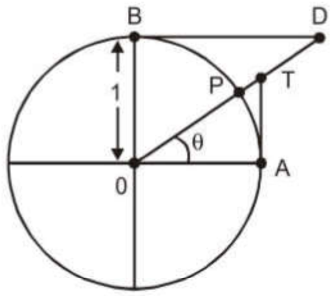
e) Apenas a afirmativa II é falsa.

14. A figura mostra uma circunferência de raio igual a 1 e centro no ponto O. Os pontos A, B e P pertencem à circunferência, o segmento $\overline{OA}$ é perpendicular ao segmento $\overline{OB}$ e os segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{AT}$ são tangentes a essa circunferência. O valor da área do polígono BDTAOB em função do ângulo θ é:

a) $\cos 2\theta$ b) $\text{sen}\, 2\theta$ c) $\text{cosses}\, 2\theta$

d) $\sec 2\theta$ e) $\text{tg}\, 2\theta$

15.



O maior número de planos que podemos formar com 10 pontos distintos do espaço, dos quais 6 são coplanares é:

a) 30 b) 31 c) 100 d) 101 e) 208

16. Um pintor comprou 107 galões de tinta verde, 95 galões de tinta azul e 113 galões de tinta branca para pintar casas do tipo I, II e III de um condomínio. Em cada casa do tipo I ele usou 3 galões de tinta verde, 3 galões de tinta azul e 3 galões de tinta branca; em cada casa do tipo II usou 2 galões de tinta verde, 2 galões de tinta azul e 5 galões de tinta branca; em cada casa do tipo III ele usou 2 galões de tinta verde e 1 galão de tinta azul. Sabendo que não sobrou nem faltou tinta para pintar as casas, podemos dizer que a soma do número de casas do tipo I, II e III do condomínio é igual a:

a) 21 b) 32 c) 43 d) 45 e) 49

17. Sabendo que $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$ onde $\vec{v}$ é paralelo a $\vec{p} = 3\vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{w}$ é perpendicular a $\vec{p}$, podemos afirmar que $|\vec{v} - \vec{w}|$ é:

a) $\frac{\sqrt{19}}{2}$ b) $\sqrt{14}$ c) $\frac{\sqrt{27}}{4}$ d) $\sqrt{20}$ e) $\frac{\sqrt{53}}{2}$

18. O

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})}-\frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})}\right)$$

é igual a:

a) 0 b) 1/16 c) 1/12 d) 1/2 e) 1

19. A função real F(x) satisfaz a seguinte equação

$$\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}+f(x)\right)=xf(x)-\frac{x}{2}3\,.$$

Considere a função g, definida por $g(x)=k\frac{f(x)}{x}$ com $r\neq 0$ e k $\in$ IR. Sabendo que f(2) = -1, podemos afirmar que o valor da constante real k para $g'(2)=f'(2)$ é:

a) 1/2 b) 3/4 c) 4/3 d) 8/5 e) 2

20. Seja p uma constante real positiva. A integral $\int e^{\frac{\ln(2px)}{2}}dx$ é igual a:

a) $\frac{2}{3}(2px)^{3/2}+c$

b) $p(2px)^{-1/2}+c$

c) $\frac{1}{3}(2px)^{3/2}+c$

d) $\frac{2}{3}(2px)^{1/2}+c$

e) $\frac{1}{3}x(2px)^{-1/2}+c$