

Escola Naval 1999 Matemática - Professor Gilson

01. Sabendo-se que a função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x^2 + 15} - 8} & \text{se } x \neq 7 \\ a & \text{se } x = 7 \end{cases}$$

é contínua em $x = 7$ e que $b = \int_0^{\pi/2} \cos 2x \cdot \sin 4x \cdot dx$, o valor de a/b é:

- a) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ b) $2\sqrt{7}$ c) $\frac{6\sqrt{7}}{49}$
 d) $\frac{4\sqrt{7}}{49}$ e) $7\sqrt{7}$

02. A equação do movimento de um projétil que se desloca ao longo do eixo x é $x(t) = e^{-(t-\pi/4)} \sin t + \cot g^2 t, t \geq 0$. A aceleração do projétil no instante $t = 0$ é:

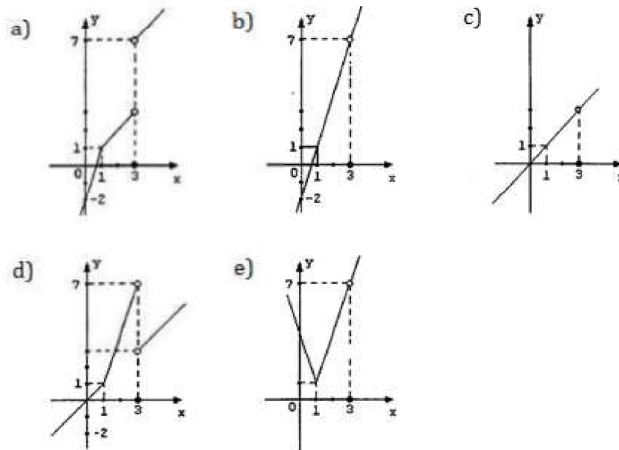
- a) $16 - \sqrt{2}$ b) $8 + \sqrt{2}$ c) $8 - 2\sqrt{2}$ d) $16 - 2\sqrt{2}$ e) $16 + \sqrt{2}$

03. O triângulo ABC é retângulo em A e o ângulo \hat{C} mede 20° . O ângulo formado pela altura e a mediana relativas à hipotenusa é:

- a) 10° b) 30° c) 40° d) 50° e) 60°

04. O gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 4x + 3|}{x - 3} + 2x - 1 & \text{se } x \neq 3 \\ 0 & \text{se } x = 3 \end{cases}$$



05. A equação do plano que passa pelos pontos $(1,0,1)$ e $(0,1,-1)$ e é paralelo ao segmento que une os pontos $(1,2,1)$ e $(0,1,0)$ é:

- a) $3x - y - 2z - 1 = 0$
 b) $x - 3y + 2z + 1 = 0$
 c) $3x - y + 2z - 1 = 0$
 d) $-5x + y + 2z + 3 = 0$
 e) $2x - 3y + z - 1 = 0$

06. As raízes da equação $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$ estão em progressão geométrica. Podemos afirmar que essas raízes pertencem ao intervalo.

- a) $\left[0, \frac{3}{4}\right]$ b) $\left[-1, \frac{1}{10}\right]$ c) $\left[-2, \frac{-1}{6}\right]$
d) $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right]$ e) $\left[\frac{-1}{3}, \frac{1}{10}\right]$

07. Entre os dez melhores alunos que frequentam o grêmio de informática da Escola Naval, será escolhido um diretor, um tesoureiro e um secretário. O número de maneiras diferentes que podem ser feitas as escolhas é:

- a) 720 b) 480 c) 360 d) 120 e) 60

08. Um míssil, lançado verticalmente de uma Fragata, é rastreado por uma estação de radar localizada a 3 milhas do ponto de lançamento. Sabendo-se que em um certo instante a distancia do míssil à estação radar é de 5 milhas e que esta distancia está aumentando à taxa de 5 mi/h, podemos afirmar que a velocidade vertical do míssil neste instante é de:

- a) 4100 mi/h
b) 5250 mi/h
c) 5750 mi/h
d) 6100 mi/h
e) 6250 mi/h

09. Sendo M o menor inteiro pertence ao domínio da função:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{16} - \left(\frac{4}{3}\right)^{(1-x)}}}$$

Podemos afirmar que $\log_M 2\sqrt{2\sqrt{2}}$ é

- a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{1}{4}$

10. Supondo que $y = f(x)$ seja uma função real derivável e que satisfaz a equação $xy^2 + Y + X = 1$, podemos afirmar que

- a) $f'(x) = \frac{-f(x)}{2xf(x)-1}$ c) $f'(x) = \frac{-(f(x))^2}{2xf(x)+1}$
b) $f'(x) = \frac{-1-(f(x))^2}{2xf(x)+1}$ d) $f'(x) = \frac{-1+(f(x))^2}{2xf(x)+1}$
e) $f'(x) = \frac{1-(f(x))^2}{2xf(x)+1}$

11. A esfera S_1 está inscrita em um cilindro C , circular reto, cujo volume vale $18m^3$. A esfera S_2 está circunscrita a C . A diferença entre os volumes de S_2 e S_1 é em cm^3 .

- a) $6(2\sqrt{2} - 2)$ b) $6(2\sqrt{2} - 1)$ c) $12(2\sqrt{2} - 2)$
d) $12(2\sqrt{2} - 1)$ e) $12(\sqrt{2} - 1)$

12. Se $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = \frac{3}{2}$, $|\vec{v}| = \frac{1}{2}$ e $|\vec{w}| = 2$, o valor da soma dos produtos escalares $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ é igual a:

- a) 1 b) 0 c) $-\frac{1}{4}$ d) -1 e) $-\frac{13}{4}$

13. Coloque (F) Falso ou (V) Verdadeiro nas proposições abaixo e assinale a opção correta.

$$(1 + \cot^2 x)(1 - \cos^2 x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}, x \neq K\pi, K \in \mathbb{Z}$$

$$(1 + \sec^4 x) = 2 \sec^2 x + \tan^4 x, \forall x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + K\pi, K \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \frac{13\pi}{12} \cos \frac{11\pi}{12} = \frac{1}{4}$$

- a) (F) (V) (V) b) (F) (F) (V) c) (V) (V) (F)
 d) (V) (V) (V) e) (V) (F) (V)

14. Seja $f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{x^{-2}}{4}$, o valor de $\int_1^2 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ é:

- a) $\frac{11}{16}$ b) $\frac{17}{16}$ c) 2 d) $\frac{33}{16}$ e) $\frac{17}{8}$

15. Considere a expressão $M = \sin(2y+x)$ onde $x, y \in [0, \pi]$. O valor de M para $Y = \arccos \frac{3}{\sqrt{13}}$ e $x = \arctg$

$\frac{\sqrt{12}}{2}$ é de:

- a) $\frac{6 + \sqrt{3}}{13}$
 b) $\frac{10 + 2\sqrt{3}}{13}$
 c) $\frac{12 + 5\sqrt{3}}{26}$
 d) $\frac{8 + \sqrt{3}}{26}$
 e) $\frac{16 + 3\sqrt{3}}{52}$

16. O produto das soluções da equação $2\sin^3x + 5\cos^2x + 4\sin x + 2\operatorname{tg}^2x = 4 + 2\sec^2x$, no intervalo $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{6}\right]$ é:

- a) $\frac{5\pi^2}{12}$ b) $\frac{\pi^3}{12}$ c) $\frac{5\pi^3}{72}$
 d) $\frac{\pi^2}{6}$ e) $\frac{\pi^2}{12}$

17. Na confecção da raia de tiro para navios da Marinha, verificou-se que o alvo ideal seria um retângulo. As dimensões de um retângulo de área máxima com base no eixo x e vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$ pertencem ao intervalo:

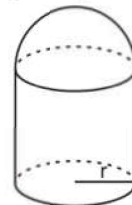
- a) $[2,5]$ b) $[0,3]$ c) $]3,7]$ d) $[4,9[$ e) $[0,6[$

18. A reta S passa pelo ponto de $(3, 0)$ e é normal ao gráfico $f(x) = x^2$ no ponto $P(X, Y)$. As coordenadas x e y de P , são, respectivamente:

- a) 2 e 4 b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ c) 1 e 1 d) $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{9}$ e) $\frac{5}{2}$ e $\frac{25}{4}$

19. Um navio levará estocado um latão de óleo contendo $100\pi \text{ dm}^3$ de volume e deve ter a forma de um cilindro com base plana e parte superior hemisférica, conforme a figura acima. Desprezando a espessura do material, podemos afirmar que o raio r da base, para que seja gasto a menor quantidade possível de material para a confecção do latão é:

- a) $3\sqrt{60}$ b) $2\sqrt{15}$ c) $4\sqrt{50}$
 d) $3\sqrt[3]{15}$ e) $\sqrt[3]{60}$



20. Um tetraedro regular $ABCD$ de aresta medindo 12 cm é cortado por um plano que passa pelo vértice D e pelos pontos M e N situados respectivamente sobre as arestas \overline{AB} e \overline{AC} . Se $\overline{AM} = \overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, o volume da pirâmide $AMND$ é, em cm^3 igual a:

- a) $64\sqrt{2}$ b) $16\sqrt{2}$ c) 32 d) 24 e) 48