

Escola Naval 1998
Prova de Matemática – Professor Botelho

1. Considere os conjuntos $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x-3}{5x-2} \geq 0\right\}$ e $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 4 < 0\right\}$. O conjunto solução $A \cap B$ é:

(A) $\left[\frac{3}{2}, 4\right[$

(B) $\left]\frac{3}{2}, 4\right]$

(C) $\left]1, \frac{3}{2}\right]$

(D) $]1, 4]$

(E) $\left]-\infty, \frac{2}{5}\right[\cup]4, +\infty[$

2. O valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x^2}$ é:

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

(E) $+\infty$

3. O valor de $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x) dx$ é:

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\sqrt{2} - 1$

(D) $\frac{8\sqrt{2} - 3\pi}{24}$

(E) $\frac{4 - \pi}{8}$

4. Considere o triângulo **ABC** de área **S**, baricentro **G** e medianas \overline{CM} e \overline{BN} . A área do quadrilátero **AMGN** é igual a:

- (A) $\frac{S}{2}$
- (B) $\frac{2S}{3}$
- (C) $\frac{S}{3}$
- (D) $\frac{S}{4}$
- (E) $\frac{3S}{4}$

5. Se $a_n = \frac{(n+1)! - n!}{n^2[(n-1)! + n!]}$ então a_{1997} é:

- (A) $\frac{1997}{1996}$
- (B) $\frac{1}{1998}$
- (C) $1998!$
- (D) 1997
- (E) 1

6. A relação entre os coeficientes **b** e **c** para que a equação $x^3 + bx + x = 0$ possua duas raízes iguais é:

- (A) $4b^3 + 27c^2 = 0$
- (B) $b^3 + c^2 = 0$
- (C) $2b^3 + 3c^2 = 0$
- (D) $b^3 + c^2 = 0$
- (E) $3b = c$

7. A função $f(x) = x \cdot e^{(1/x)}$ é decrescente no intervalo:

- (A) $]1, +\infty[$
- (B) $]-\infty, 1[$
- (C) $]-\infty, 0[$
- (D) $]0, +\infty[$
- (E) $]0, 1[$

8. Seja **P** o ponto da circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$ mais próximo da origem. A soma das coordenadas de **P** é:

- (A) $\frac{18}{5}$
- (B) $\frac{7}{2}$
- (C) $\frac{9}{2}$
- (D) $\frac{28}{5}$
- (E) $\frac{13}{2}$

9. Considere **r** a reta tangente ao gráfico da função $y = f(x)$ no ponto $(1, f(1))$. Sejam $f(1) = 3$ e $f'(1) = 2$. Se **r** intercepta o gráfico da função $g(x) = x^2 - 3x + 7$ nos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) então os valores de y_1 e y_2 são respectivamente:

- (A) 1 e 2
- (B) 2 e 3
- (C) 3 e 5
- (D) 5 e 7
- (E) 7 e 9

10. O valor de “**a**” para que a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} & \text{se } x \neq 3 \\ a & \text{se } x = 3 \end{cases} \quad \text{seja contínua em } x = 3 \text{ é:}$$

- (A) $\sqrt{3}$
- (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C) $\frac{1}{3}$
- (D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- (E) $\frac{1}{6}$

11. A componente do vetor $\vec{u} = (5, 6, 5)$ na direção do vetor $\vec{v} = (2, 2, 1)$ é o vetor:

(A) $\left(\frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{2\sqrt{86}}\right)$

(B) $(6, 6, 3)$

(C) $(10, 10, 5)$

(D) $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(E) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

12. Sendo $y = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, o valor numérico de y é:

(A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\sqrt{3} + 2$

(E) $2(\sqrt{3} + 1)$

13. Um hexágono regular está inscrito num círculo de raio 5. Um dos lados do hexágono também é lado de um quadrado construído exteriormente ao hexágono. A distância entre o centro do círculo e a interseção das diagonais do quadrado é:

(A) $\frac{5}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(B) $5(\sqrt{3} + 1)$

(C) $\frac{15}{2}$

(D) $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(E) $\frac{5(\sqrt{3} + 1)}{2}$

14. Seja x a solução da equação $\log_7 \sqrt{x+1} + \log_7 \sqrt{x-1} = \frac{1}{2} \log_7 3$.

O valor de $z = \log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{64} + \log_x 128$ é:

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

15. Sendo i a unidade imaginária dos números complexos, o valor do número natural n tal que $(2i)^n + (1+i)^{2n} = 64i$:

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

16. O valor de m para que as retas r e s :

$$r: \begin{cases} y = mx - 3 \\ z = -2x \end{cases} \text{ e } s: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$$

sejam ortogonais é:

- (A) -10
(B) -8
(C) 4
(D) 6
(E) 8

17. Nas proposições abaixo \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são matrizes quadradas de ordem n e \mathbf{A}^t é a matriz transposta de \mathbf{A} . Coloque V na coluna à direita quando a proposição for verdadeira e F quando for falsa.

I. Se $AB = AC$ então $B = C$ ()

II. $(AB)^t = A^t B^t$ quaisquer que sejam A e B ()

III. $(A+B)^t = A^t + B^t$ quaisquer que sejam A e B ()

Lendo a coluna da direita de cima para baixo encontramos:

- (A) V, F, V
(B) F, F, F
(C) F, F, V
(D) V, V, F
(E) F, V, F

18. Seja $y = x^3 - 3x + 5$, onde $x = g(t)$, $g'(2) = 3$ e $g(2) = 4$. A derivada de y no ponto $t = 2$ é:

- (A) 9
- (B) 27
- (C) 45
- (D) 90
- (E) 135

19. Considere a proposição: “Se $x > 5$ então $y = 6$ ”. A proposição equivalente é:

- (A) “Se $x < 5$ então $y \neq 6$ ”
- (B) “Se $y \neq 6$ então $x < 5$ ”
- (C) “Se $y > 5$ então $x = 5$ ”
- (D) “Se $y \neq 6$ então $x \leq 5$ ”
- (E) “Se $x \leq 5$ então $y \neq 6$ ”

20. A equação do plano que contém as retas de equação $\frac{x-4}{3} = y-3 = \frac{z-5}{4}$

e $\frac{x-6}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{2}$ é igual a:

- (A) $4x + 3y + 5z = 13$
- (B) $6x + 4y + 3z = 12$
- (C) $6x - 14y - z = 0$
- (D) $6x - 14y - z = -23$
- (E) $4x + 3y + 5z = 12$

21. Seja $x = \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$, $x \in [0, \pi]$. Então $\sin 2x$ é igual a:

- (A) $\frac{24}{25}$
- (B) $\frac{4}{5}$
- (C) $\frac{16}{25}$
- (D) $\frac{6}{5}$
- (E) $\frac{2}{5}$

22. Considere um cone circular reto de raio da base 5 cm e altura 12 cm. As dimensões do raio e da altura do cilindro circular reto, de maior volume, que pode ser inscrito neste cone, são respectivamente:

(A) $\frac{10}{3}$ e 4

(B) 4 e 10

(C) 3 e $\frac{14}{3}$

(D) $\frac{9}{5}$ e $\frac{23}{4}$

(E) $\frac{5}{2}$ e 5

23. A derivada da função $f(x) = \arctg\left(\frac{1}{x}\right)$ é:

(A) $\frac{x^2}{x^2 + 1}$

(B) $\frac{1}{1 + x^2}$

(C) $\frac{-1}{1 + x^2}$

(D) $\frac{-1}{x^2(1 + x^2)}$

(E) $\frac{1}{x}$

24. A altura de um paralelepípedo retângulo mede 60 cm e sua base é um quadrado. A diagonal do paralelepípedo forma um ângulo de 60° com o plano da base. O volume do paralelepípedo retângulo é, em cm^3 :

(A) 12000

(B) 18000

(C) 24000

(D) 27000

(E) 36000

25. Podemos observar que o gráfico da função $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$:

- (A) cresce em $]-\infty, -1[\cup]0, 1[$.
- (B) tem $(0, -1)$ como ponto de inflexão.
- (C) tem assíntota horizontal em $y = 1$ e assíntota vertical em $x = 1$ e $x = -1$.
- (D) tem concavidade voltada para cima para qualquer $x \in]-1, 1[$
- (E) está definido para todo $x \in \mathbb{R}$.

Gabarito

- | | | | |
|------------|---|------------|---|
| 1. | A | 14. | B |
| 2. | C | 15. | B |
| 3. | E | 16. | B |
| 4. | C | 17. | C |
| 5. | B | 18. | E |
| 6. | A | 19. | D |
| 7. | E | 20. | D |
| 8. | D | 21. | A |
| 9. | D | 22. | A |
| 10. | D | 23. | C |
| 11. | B | 24. | E |
| 12. | A | 25. | C |
| 13. | E | | |