MINISTÉRIO DA MARINHA
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA
ESCOLA NAVAL

CONCURSO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL - 1993

PROVA 1 - MATEMÁTICA 10.0

INSTRUÇÕES GERAIS

1 - Esta Prova é composta de um questionário, contendo 25 questões e valendo cem pontos.

2 - A duração total da Prova será de três horas, incluindo o tempo destinado ao preenchimento da Folha-Resposta.

3 - Tenha cuidado ao marcar a Folha-Resposta. Cubra toda a quadrícula usando lápis preto nº 2. Caso precise, apague completamente a quadrícula.

4 - Marque somente uma alternativa para cada pergunta.

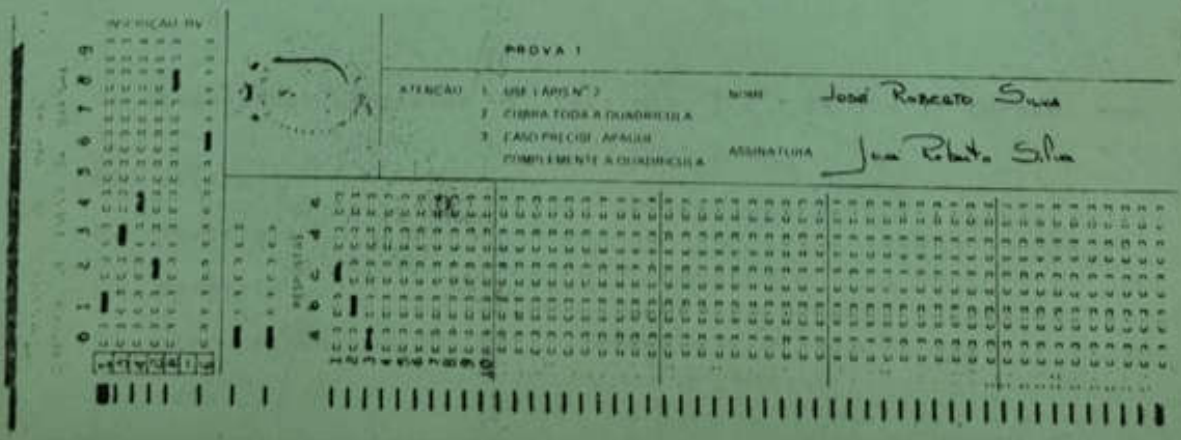
5 - Ao receber a sua Folha-Resposta, verifique se a cor e o número da Prova constantes da mesma correspondem aos desta Capa de Prova.

6 - Só comece a responder a Prova ao ser dada a ordem para iniciá-la, interrompendo a sua execução no momento em que for determinado.

7 - Iniciada a Prova, só será permitido dirigir-se ao Fiscal em caso de problema de saúde ou ocorrência grave que impossibilite a sua realização.

8 - Para rascunho, utilize o verso das folhas de questões e as duas folhas em branco que estão, em anexo, ao questionário.

9 - O candidato deverá cumprir, rigorosamente, as determinações constantes das "Instruções Gerais aos Candidatos", que serão lidas, obrigatoriamente, pelo Supervisor/Fiscal, antes do início da Prova.



1. Um poliedro convexo possui 11 faces. Sabemos que, de um de seus vértices partem 5 arestas, de 5 outros vértices partem 4 arestas e de cada vértice restante partem 3 arestas. O número de arestas do poliedro é

A) 20
B) 25
C) 30
D) 37
E) 41

2. A menor distância entre um ponto da parábola $y = 1 - x^2$ e a origem é igual a

A) 1
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. As imagens dos complexos z tais que $|z + 2\bar{z}| = 1$ formam uma

A) elípse .
B) hipérbole .
C) parábola .
D) circunferência .
E) reta .

4. O domínio da função $y = \dfrac{-32x}{\sqrt{(1/3)^x - 243}}$ é

A) $(-\infty, -5)$

B) $(-\infty, 5)$

C) $(-5, \infty)$

D) $(5, \infty)$

E) $(-5, 5)$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 243 \geq 0$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 243$

$3^{-x} \geq 3^5$

$-x \geq 5$

$x \leq -5$

5. Três circunferências de raios r, 2r e 3r são tais que, cada uma delas tangencia exteriormente as outras duas. O triângulo, cujos vértices são os centros dessas circunferências, tem área

A) r^2

B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} r^2$

C) $4 r^2$

D) $6 r^2$

E) $12 r^2$

$S = \sqrt{6r \cdot 3r \cdot r \cdot 2r} = r^2\sqrt{36} = 6r^2$

$p = \dfrac{4r+3r+5r}{2} = \dfrac{12r}{2} = 6r$

$p-a = 6r-3r = 3r$

$p-b = 6r-5r = r$

$p-c = 6r-4r = 2r$

6. Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são tais que $|\vec{u} + \vec{v}| = 10$ e $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. O produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vale

$|\vec{u}| = 7$

$|\vec{v}| = 3$

A) -1

B) $2\sqrt{5}$

C) 21

D) 29

E) 40

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |a||b| \cdot \cos\theta$

$\vec{a} \cdot \vec{a} = |a||a| \cos 0 = |a|^2$

$|\vec{u}+\vec{v}|^2 = (\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}+\vec{v}) = \vec{u}\vec{u} + \vec{u}\vec{v} + \vec{v}\vec{u} + \vec{v}\vec{v} = 100$

$|\vec{u}-\vec{v}|^2 = (\vec{u}-\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}\vec{u} - \vec{u}\vec{v} - \vec{v}\vec{u} + \vec{v}\vec{v} = 16$

$2\vec{u}\vec{v}$

$-2\vec{u}\vec{v}$

$4\vec{u}\vec{v} = 84$

$\vec{u}\vec{v} = 21$

7. O conjunto-solução da inequação $\frac{x^4 - 1}{-x^4 + 3x^3 - 2x^2} \leq 0$ é

A) $(-\infty,-1] \cup (2,\infty)$

B) $(-\infty,-1] \cup (1,2)$

C) $(-\infty,-1) \cup (0,2)$

D) $(-\infty,-1) \cup (1,2)$

E) $(-\infty,-1] \cup (-1,0)$

$\frac{(x^2+1)(x+1)(x-1)}{-x^2(x^2-3x+2)} \leq 0$

$(x-1)(x-2)$

$\frac{(x^2+1)(x+1)}{x^2(x-2)} \geq 0$

	-1	0	2
F	+	+	+
G	−	+	+
H	+	+	+
I	−	−	+
	+	−	−

8. Os números de assíntotas horizontais distintas e verticais distintas da curva $y = \frac{3x}{x^2 - 2}$ são, respectivamente, iguais a

A) 0 e 2

B) 1 e 1

C) 1 e 2

D) 2 e 1

E) 2 e 2

$\lim \frac{3x}{x^2-2} = \frac{3}{x-\frac{2}{x}} = \frac{3}{-y+\frac{2}{y}}$

$x = -\sqrt{2} \to y \to -\infty$

$x = +\sqrt{2} \to y \to +\infty$

(2 verticais)

$-\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$

$\frac{-3\sqrt{2}}{0}$

	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$
F	+	−	−	+
f	−	−	+	+
	−	+	−	+

Horiz → 1

Vert → 2

9. Se $\log_\alpha x = n$ e $\log_\alpha y = 5n$, então $\log_\alpha \sqrt[4]{x^3 y}$ é igual a

A) $\frac{n}{4}$

B) $2n$

C) $\frac{3n}{4}$

D) $3n$

E) $\frac{5n}{4}$

$\log_\alpha (x^3 y)^{1/4} = \log_\alpha x^{\frac{3}{4}} y^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{4}\log_\alpha x + \frac{1}{4}\log_\alpha y =$

$= \frac{3}{4}n + \frac{1}{4}\cdot 5n = \frac{3n}{4} + \frac{5n}{4} = \frac{8n}{4} = 2n$

10. Se $\frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y}{\cos x - \cos y} = 2$ e $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$, então $\operatorname{tg} y$ é igual a

A) 3

B) $\frac{1}{6}$

C) 0

D) $-\frac{1}{6}$

E) -3

$\frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y}{-2 \cdot \operatorname{sen} \frac{x+y}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{x-y}{2}} = -\operatorname{cotg} \frac{x+y}{2} = 2$

$\operatorname{tg} \frac{x+y}{2} = -\frac{1}{2}$

$\operatorname{tg} x + y = \frac{2 \cdot -\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{-1}{3/4} = -\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3} = \frac{1/3 + k}{1 - \frac{1}{3}k}$

$-\frac{4}{3} + \frac{4k}{9} = \frac{1}{3} + k$

$-12 + 4k = 3 + 9k$

$-15 = 5k$

$k = -3$

$-\frac{5}{3} = \frac{+5k}{9_3}$

11. A equação da parábola cujo foco é o ponto (1,4) e cuja diretriz é a reta $y = 3$ é

A) $y = x^2 - 2x + 8$ F

B) $y = -x^2 + x - 8$ F

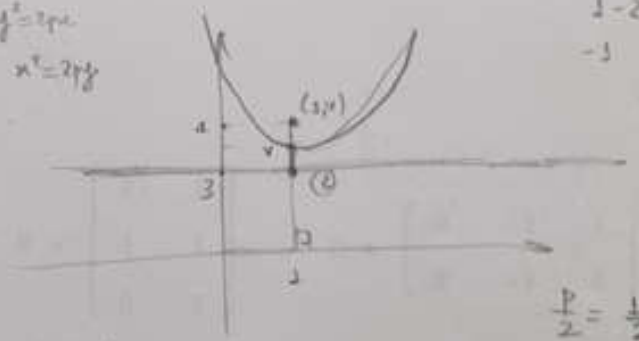
C) $y = \frac{x^2}{2} - x + 4$ V

D) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + 2$ F

E) $x = y^2 - y + 4$ F

$y^2 = 2px$

$x^2 = 2py$



$F(1,4)$

$P(1,3) \rightarrow V(1, 7/2)$

$\frac{p}{2} = \frac{1}{2}$

$p = 1$

$1 - 2 + 3$

-1

$\frac{1}{2} - 1 + 4 =$

$\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - 1 + 4$

$\frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2$

$-1 + 1 - 1$

60

$y^2 = 2px$

$x^2 = 2py$

$(x-1)^2 = 2\left(y - \frac{1}{3}\right)$

$x^2 - 2x + 1 = 2y - 7$

$x^2 - 2x + 1 = 2y \rightarrow y = \frac{x^2}{2} - x + 4$

12. O conjunto-solução de $\left| \frac{2x+1}{x-3} \right| > 3$ é

A) $(8/5\ ,\ 3) \cup (3,\ \infty)$

B) $(3\ ,\ 10) \cup (10,\ \infty)$

C) $(-\infty,\ 8/5) \cup (3,\ 10)$

D) $(8/5\ ,\ 3) \cup (3,\ 10)$

E) $(8/5\ ,\ 3) \cup (10,\ \infty)$

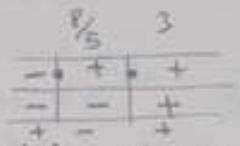
$\frac{2x+1}{x-3} > 3 \rightarrow \frac{2x+1}{x-3} - 3 > 0$

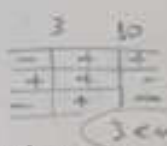
$\frac{2x+1-3x+9}{x-3} > 0 \rightarrow \frac{-x+10}{x-3} > 0$

$\frac{2x+1}{x-3} < -3 \rightarrow \frac{2x+1}{x-3} + 3 < 0 \rightarrow \frac{2x+1+3x-9}{x-3} < 0$

$\rightarrow \frac{5x-8}{x-3} < 0$

$8/5 < x < 3$





$3 < x < 10$

13. Duas secções feitas em uma esfera, por dois planos paralelos distantes 3 cm entre si, situam-se em hemisférios diferentes e têm raios iguais a 1 cm e 2 cm. O raio da esfera é igual a

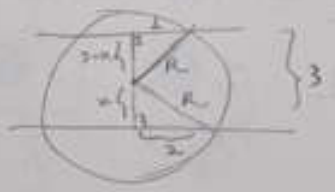
A) $2\sqrt{2}$ cm

B) $2\sqrt{3}$ cm

C) $\sqrt{5}$ cm

D) 3 cm

E) $3\sqrt{2}$ cm



$9 - 6x + y^2 + 1 = R^2 = y^2 + 4$

$9 + 1 - 4 = 6x$

$6 = 6x$

$x = 1$

14. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, o determinante da transposta da matriz $2A - BC$ vale

A) -4

B) -2

C) 0

D) 2

E) 4

$2A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$BC = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -4 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow -24 + 6 + 16 = -2$

15. Se $\frac{1}{b} + \frac{1-b}{b} + \frac{(1-b)^2}{b} + \ldots + \frac{(1-b)^n}{b} + \ldots = \frac{1}{b^2}$,

sobre o valor de b podemos afirmar que

A) $|b| = 1$

B) $b = 4$

C) $b \geq 2$

D) $b < 0$

E) $0 < b < 2$

$S = \frac{1/b}{1-(1-b)} = \frac{1}{b^2} = \frac{1}{b[1-1+b]} = \frac{1}{b^2}$

$0 < q < 1$

$0 < 1-b < 1$

$-1 < -b < 0$

$0 < b < 1$

$-1 < q < 1$

$-1 < 1-b < 1$

$-2 < -b < 0$

$0 < b < 2$

$-1 < 1-b$

$b < 2$

$1-b < 1$

$b > 0$

16. Um grupo de 8 jovens pretende sair para um passeio em dois carros (cada um com capacidade para 4 pessoas). Apenas 4 deles dirigem. O número de modos deles escolherem seus lugares nos dois carros é igual a

A) 10 080

B) 8 640

C) 4 320

D) 1 440

E) 720

$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

$4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 =$

$\frac{4}{A_1} \cdot \frac{3}{A_2} \cdot \frac{6}{A_3} \frac{5}{B} \frac{4}{C} \frac{3}{D} \frac{2}{E} \frac{1}{F}$

Ordem: $4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$

$12 \quad 30 \quad 24$

$C_4^2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

$\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{120}$

$4 \cdot C_4^2 \cdot 3! = 2 \cdot 20 \cdot 3 = 120$

17. Considere os conjuntos:

$A_k = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (1+k)x + 2ky - 3 + k = 0 \}$.

Então $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \ldots$ é igual a

A) $\emptyset$

B) $\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y - 3 = 0 \}$

C) $\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 3 \}$

D) $\{ (0,0) \}$

E) $\{ (3,-2) \}$

$A_1 \rightarrow 2x + 2y - 3 + 1 = 0 \quad -2x + 2y = 2$

$x + y = 1$

$A_2 \rightarrow 3x + 4y - 3 + 2 = 0 \rightarrow 3x + 4y = 1$

$A_3 \rightarrow$

$(3+k) \cdot 3 + 2k \cdot -2 - 3 + k = 3 + 3k - 4k - 3 + k$

18. A negação da proposição " $x \neq 3$ e $y < 2$ " é

A) " $x = 3$ e $y \geq 2$ "

B) " $x = 3$ e $y > 2$ "

C) " $x = 3$ ou $y \geq 2$ "

D) " $x \neq 2$ e $y < 3$ "

E) " $x \neq 3$ ou $y < 2$ "

$x \neq 3 \ \text{e} \ y < 2$

$x = 3 \ \text{ou} \ y \geq 2$

$p \wedge q$

$\overline{p \wedge q}$

19. O número de soluções da equação $\cos^2(x + \pi) + \cos^2(x - \pi) = 1$, no intervalo $[0, 2\pi]$, é igual a

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

$\cos(x+\pi) = -\cos x$

$\cos(x-\pi) = -\cos x$

$\cos^2 x + \cos^2 x = 1$

$2\cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$ → $\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow 120, 240$

$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow 60, 300$

20. ABC é um triângulo e M é um ponto sobre o lado BC, tal que $\overline{MC} = 2\,\overline{BM}$.

A razão entre as áreas dos triângulos ABC e MAC é

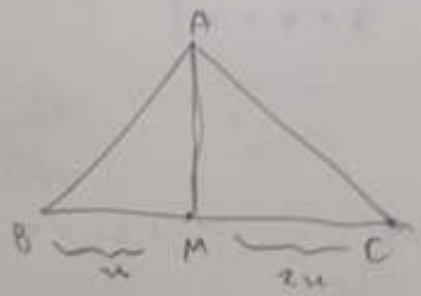
A) 4

B) 3

C) 2

D) $\frac{9}{4}$

E) $\frac{3}{2}$



$S_{ABC} = \frac{3u \cdot H}{2}$

$S_{MAC} = \frac{2u \cdot H}{2}$

$\text{Razão} = \frac{3u \cdot H}{2} \cdot \frac{2}{2u \cdot H} = \frac{3}{2}$

21. $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$ é divisível por $x^2 - x - 2$.

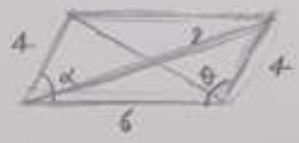
O valor de $m.n$ é

A) -8
B) -10
C) -12
D) -14
E) -16

$2 + 1 + m + 2n = 0$
$32 - 8 + 4m + 2n = 0$
$30 - 9 + 3m = 0$
$3m = -21$
$m = -7$
$n = \frac{-m-3}{2} = \frac{7-3}{2} = 2$

22. Os lados de um paralelogramo medem 4 cm e 6 cm e uma de suas diagonais mede 8 cm. O comprimento da outra diagonal é

A) $2\sqrt{10}$ cm
B) 8 cm
C) 10 cm
D) $10\sqrt{2}$ cm
E) $2\sqrt{42}$ cm



$\cos\alpha = \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$
$x^2 = 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{4} = 52 - 12 = 40$
$x = 2\sqrt{10}$

$64 = 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos\theta$
$48\cos\theta = \underbrace{16+36}_{52} - \underbrace{64}_{-64} = -12$
$\cos\theta = -\frac{1}{4}$
$\cos\alpha = \frac{1}{4}$

23. O sistema de equações $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = m \\ x + y = 2 \end{cases}$ é impossível se e somente se

A) $m = 1$ F
B) $m = -2$ F
C) $m = 1$ ou $m = -2$ F
D) $m \neq -2$
E) $m \neq 1$ e $m \neq -2$

$3x + y = 2$
$x + y = 2$
$2x = 0$
$x = 0 \quad y = 2$
$x - y = 1$
$0 - 2 = -2$

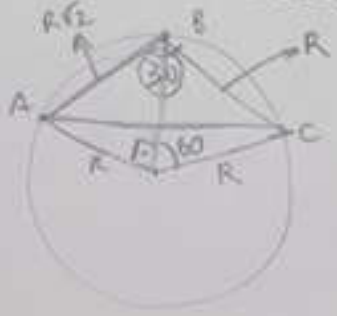
$mx + y = 2$
$x + y = 2$
$(m-1)x + 0 = 0$
$(m-1)x = 0$

$-2x + y = 2$
$x + y = 2$
$3x = 0$
$x = 0 \quad y = 2$

$m = 0$
$y = 2$
$x = 0$

$\begin{vmatrix} m & 1 & 2 \\ 1 & -1 & m \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -2m + 2 + m^2 + 2 - 2m = 0$
$m^2 - m + 4 = 0$
-2
1

24. A, B e C são três pontos de uma circunferência de raio r, tais que B pertence ao menor dos arcos de extremidades A e C. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são iguais aos lados do quadrado e do hexágono regular inscritos na circunferência, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a



$d^2 = 2R^2 - 2 \cdot R^2 \cdot \cos 150$, $\cos 150 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$d^2 = 2R^2 + R^2\sqrt{3}$

$d^2 = R^2(2+\sqrt{3})$

$d = R\sqrt{\sqrt{3}+2}$

A) r

B) $r\sqrt{\sqrt{3}+2}$

C) $\frac{r}{2}(\sqrt{2}+1)$

D) $r\sqrt{\sqrt{5}}$

E) $r\frac{\sqrt{3}}{2}$

25. Uma tigela tem a forma de uma semi-esfera de raio 30 cm e se encontra sobre uma mesa. Uma gota d'água se encontra na borda da tigela e começa a escorrer externamente sobre ela com uma velocidade de $2{,}5\pi$ cm/s. Após 2 segundos, a distância entre a gota d'água e a mesa é de

2π rad — $2\pi \cdot R$

θ rad — 5π cm

$\theta = \frac{5\pi \cdot 2\pi}{2\pi \cdot 30} = \frac{\pi}{6}$

Em 1 s → $2{,}5\pi$ cm

Em 2 s → 5π cm

$30 \cdot \frac{\pi}{6} = 15$

A) $15\sqrt{3}$ cm

B) 15 cm

C) 10 cm

D) $15\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm

E) $\frac{30}{\pi}$ cm

COLÉGIO IMPACTO

ESCOLA NAVAL - GABARITO DA PROVA 1 DE MATEMÁTICA

QUESTÕES	PROVAS			
	AMARELA	AZUL	VERDE	ROSA
01	D	A	A	A
02	C	C	D	D
03	B	B	A	C
04	E	D	A	C
05	C	A	D	D
06	A	E	C	E
07	D	D	A	D
08	C	C	C	A
09	D	B	B	E
10	A	A	E	B
11	E	D	C	B
12	A	C	D	A
13	D	B	C	C
14	A	B	B	B
15	B	C	E	A
16	B	D	B	D
17	A	E	E	A
18	C	E	C	E
19	B	C	D	B
20	E	A	E	E
21	B	D	D	E
22	E	A	A	C
23	C	E	E	D
24	D	B	B	C
25	E	E	B	B