MINISTÉRIO DA MARINHA
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA
ESCOLA NAVAL

**1992/1993**
**(Verde)**

## CONCURSO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL - 1992

## PROVA 1 - MATEMÁTICA

### INSTRUÇÕES GERAIS

1 - Esta Prova é composta de um questionário, contendo 25 questões valendo 100 (cem) pontos.

2 - A duração total da Prova será de três horas, incluindo o tempo destinado ao preenchimento da Folha-Resposta.

3 - Tenha cuidado ao marcar a Folha-Resposta. Cubra toda a quadrícula usando lápis preto nº 2. Caso precise, apague completamente a quadrícula.

4 - Marque somente uma alternativa para cada pergunta.

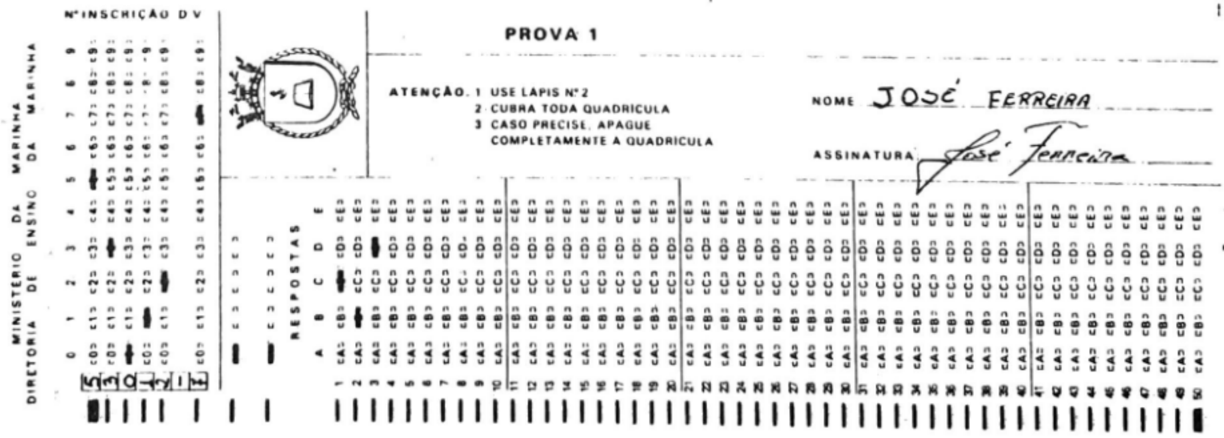
5 - Ao receber a sua Folha-Resposta, verifique se a cor e o número da Prova constantes da mesma correspondem aos desta Capa de Prova.

6 - Só comece a responder a Prova ao ser dada a ordem para iniciá-la, interrompendo a sua execução no momento em que for determinado.

7 - Iniciada a Prova, só será permitido dirigir-se ao Fiscal, em caso de problema de saúde ou ocorrência grave, que impossibilite a sua realização.

8 - Para rascunho, utilize o verso das folhas de questões e as duas folhas em branco que estão, em anexo, ao questionário.

9 - O candidato deverá cumprir, rigorosamente, as determinações constantes das "Instruções Gerais aos Candidatos", que serão lidas, obrigatoriamente, pelo Supervisor/Fiscal, antes do início da Prova.



1 6 ~~7~~ 16 21
2 ~~7~~ 12 ~~17~~ 22
3 ~~8~~ 13 11 ~~23~~
4 ~~9~~ 14 (9) ~~24~~
~~5~~ 10 ~~15~~ ~~20~~ 25

10 → 20 min
14 → 60 min
1 → 35 min

1 - O Lugar Geométrico dos pontos (x, y) tais que $\left| \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} - \sqrt{(x+2)^2 + (y+6)^2} \right| = \sqrt{10}$ é uma

(A) reta.

(B) circunferência. $|d_{P,(2,4)} - d_{P,(-2,-6)}| = \sqrt{10}$

(C) parábola.

(D) elipse.

(E) hipérbole.


2 - Em um círculo de raio R inscreve-se um quadrado, neste quadrado inscreve-se um círculo, neste círculo um outro quadrado e assim por diante. O limite da soma das áreas dos círculos é

(A) $\sqrt{2}\,\pi R^2$

(B) $(\pi + 2)R^2$

(C) $2\pi R^2$

(D) $(\sqrt{2} + \pi)R^2$

(E) $2\sqrt{2}\,\pi R^2$

$l_0\sqrt{2} = 2R$

$l_0 = R\sqrt{2}$

$R_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

$l_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}$

$R_2 = R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$R, \frac{R\sqrt{2}}{2}, R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\frac{\sqrt{2}}{2} < 1$

$\pi R^2, \pi R^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2, \pi R^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

$S = \frac{\pi R^2}{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2\pi R^2$

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3 - Sobre as bases AB e CD de um trapézio tomam-se os pontos E e F, respectivamente, de um modo que EF seja paralela ao lado BC. Se G é o ponto de interseção de BD e EF, então

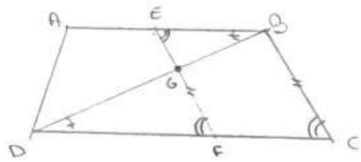
(A) $\overline{EB} = \cancel{\overline{DF}}$

(B) $\overline{GB}.\overline{DF} = \overline{GD}.\overline{EB}$

(C) $\overline{GB}.\overline{EB} = \overline{GD}.\overline{DF}$

(D) $\overline{AE}.\overline{EB} = \overline{DF}.\overline{FC}$

(E) G é o ponto médio de $\cancel{BD}$




$\Delta EBG \sim \Delta DGF$

$\frac{DG}{BG} = \frac{GF}{EG} = \frac{DF}{EB}$

$DG \times EG = BG \times FG$

$GB \times DF = GD \times EB$

$\Delta EBG \sim \Delta BCD$

$\frac{BD}{BG} = \frac{BC}{EG}$

$BD \cdot EG = BG \cdot BC$

4 - Os pontos médios dos lados AB e BC do quadrado ABCD são M e N, respectivamente. A reta MN divide a superfície do quadrado ABCD em duas superfícies disjuntas tais que a razão de suas áreas vale

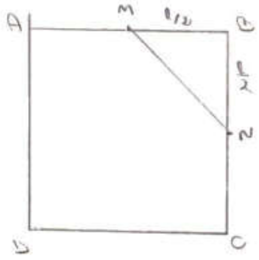
(A) 8

~~(B)~~ 7

(C) 6

(D) 5

(E) 4




$S_{BMN} = \frac{l/2 \times l/2}{2} = \frac{l^2}{8}$

$S_{AMNCD} = l^2 - \frac{l^2}{8} = \frac{7l^2}{8}$

$\frac{S_{BMN}}{S_{AMNCD}} = \frac{l^2/\cancel{8}}{7l^2/\cancel{8}} = \frac{1}{7}$

5 - Sejam A = [0, 2), B = (-1, 2] e C = (1, 3). O complemento de A ∩ (B - C) em relação ao conjunto B é igual a

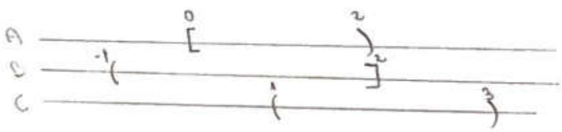
(A) (-1, 0) ∪ [1, 2]

(B) (-1, 2)

(C) (-1, 0] ∪ (1, 2]

(D) (-1, 1]

~~(E)~~ (-1, 0) ∪ (1, 2]




B − C = (−1, 1]

A ∩ (−1, 1] = [0, 1]

(−1, 0) ∪ (1, 2]

6 - O coeficiente de $ab^3c^5$ no desenvolvimento de $(a + b + c)^9$ é

(A) 60

(B) 84

(C) 120

~~(D)~~ 504

(E) 1260

$\frac{9!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!} \cdot a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$ $\quad \alpha + \beta + \gamma = 9$

$\frac{9!}{1!\,3!\,5!} \cdot a \cdot b^3 \cdot c^5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{6}} ab^3c^5$

72
×7
$\boxed{504}$

7 - Uma senhora extremamente gorda resolveu fazer uma dieta e perdeu em três meses 30% de seu peso; entretanto, nos três meses seguintes, ela aumentou seu peso em 40%. No decorrer desse semestre, o peso da senhora

$p$

$0{,}7p$

$(0{,}7p) \times 1{,}4 = 0{,}98p$

(A) aumentou 16%

(B) aumentou 10%

(C) manteve seu valor inicial

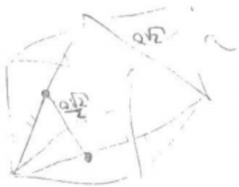
(D) diminuiu 10%

(E) diminuiu 2%

$\begin{array}{r} 1{,}4 \\ \times\ 0{,}7 \\ \hline 0{,}98 \end{array}$

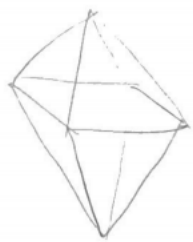
8 - Um octaedro possui seus vértices no centro de cada uma das faces de um cubo de aresta a . A área lateral do octaedro é

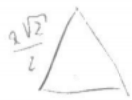
(A) $\dfrac{a^2}{8}$




(B) $a^2\sqrt{3}$

(C) $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$






$\dfrac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \sqrt{3}}{4} = \dfrac{\frac{a^2 \times 2}{4} \times \sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$

(D) $\dfrac{2a^2}{3}$

(E) $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow 8 \times \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} = a^2\sqrt{3}$

9 - Sejam $h(x) = x^3$, $t(x) = \dfrac{1}{1 + x}$ , $x \neq -1$ e $f(x) = t(h(2x))$.

O valor de $f^{-1}\left(\dfrac{1}{9}\right)$ é

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

(E) 3

$h(2x) = (2x)^3 = 8x^3$

$t(8x^3) = \dfrac{1}{1 + 8x^3}$

$f(x) = \dfrac{1}{1+8x^3} = \dfrac{1}{9}$

$8x^3 + 1 = 9$

$x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = \frac{1}{9}$

$f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = 1$

10 - O produto das raízes positivas da equação

$$x^{\log_5 x^2} = \frac{x^5}{125}$$

é $x > 0$

$\Delta = 25 - 4 \times 2 \times 3 = 1$

(A) $\sqrt{5}$

(B) 5

(C) $5\sqrt{5}$

(D) 25

(E) $25\sqrt{5}$

$\dfrac{x^{\log_5 x^2}}{x^5} = \dfrac{1}{125} \Rightarrow x^{\log_5 x^2 - 5} = 5^{-3}$, vale pois $x > 0$

$\log_x x^{2\log_5 x - 5} = \log_x 5^{-3}$

$2\log_5 x - 5 = \log_x 5^{-3} = -3 \cdot \log_x 5 = \dfrac{-3}{\log_5 x}$

$2(\log_5 x)^2 - 5 \cdot \log_5 x + 3 = 0$

$\log_5 x = \dfrac{5 \pm 1}{4}$ $\begin{cases} \log_5 x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \log_5 x = 1 \end{cases}$

$x = 5^{\frac{3}{2}} = 5\sqrt{5}$

$x = 5$

$P = 25\sqrt{5}$

11 - O Lugar Geométrico das imagens dos complexos $z = x + yi$ tais que $x^2 - y^2 + x + y = 0$ é

$(x+y)(x-y) + (x+y) = 0$

$(x+y)(x-y+1) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \Rightarrow y = -x \\ x - y + 1 = 0 \Rightarrow y = x + 1 \end{cases}$

(A) uma reta.

(B) uma circunferência.

(C) uma parábola.

(D) formado por duas retas concorrentes.

(E) formado por duas retas paralelas.

12 - A Escola Naval (EN) receberá 20 novos Oficiais, entre Fuzileiros, Intendentes e Oficiais da Armada. De quantos modos pode ser preenchido o efetivo da EN se deve haver entre os 20 novos Oficiais pelo menos dois Fuzileiros, pelo menos dois Intendentes e pelo menos dois do Corpo da Armada ?

(A) 40

(B) 80

(C) 100

(D) 120

(E) 420

13 - A área do triângulo formado pelos eixos coordenados e pela tangente à curva $y = 4x^2$ no ponto (1, 4) vale

$y' = 8x$

$m = 8$

$\frac{y-4}{x-1} = 8 \Rightarrow y-4 = 8x-8$

$y = 8x-4$

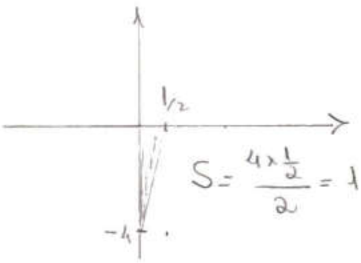
(A) 8

(B) 4

(C) 2

(D) 1

(E) $\frac{1}{2}$




$S = \frac{4 \times \frac{1}{2}}{2} = 1$

14 - A raiz real da equação $x^{1993} + 1993x = 1993$ pertence a qual dos intervalos abaixo ?

$P(x) = \underbrace{x^{1993} + 1993x}_{Q(x)} - 1993$

(A) (0, 2) $P(0) < 0$ $P(2) > 0$

(B) (2, 3) $0 < P(3) < P(4) < P\ldots$

(C) (3, 4)

(D) (4, 5)

(E) (5, 1993]

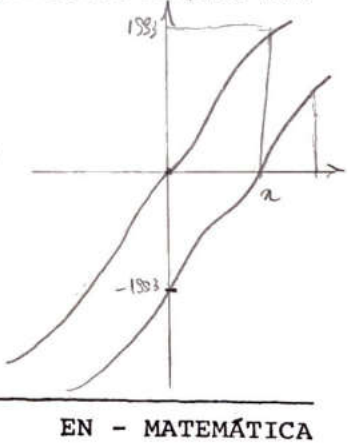
$Q(x) = x(x^{1992} + 1993)$

$Q'(x) = 1993x^{1992} + 1993$

Q(x) é sempre crescente

é ímpar

$\Rightarrow$ P(x) é sempre crescente






$P(0) = -1993$

$P(2) = 2^{1993} + 2 \cdot 1993 - 1993 = 2^{1993} + 1993$

15 - O conjunto de valores de $\lambda$ para os quais há uma infinidade de matrizes X tais que

$$\begin{pmatrix} \lambda - 4 & 8 & -4 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \text{ é}$$

(A) { 1, 4 }

(B) {-2, 2 }

(C) {-2 }

(D) { 2 }

(E) { 4 }

$\lambda(\lambda-4) - 4 + 8 = 0$

$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$

$(\lambda - 2)^2 = 0$

$\underline{\lambda = 2}$

16 - $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores tais que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ e $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

O ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vale

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \operatorname{sen}\theta$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos\theta$

$1 = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos\theta$

$\sqrt{3} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \operatorname{sen}\theta \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \sqrt{3} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$\boxed{\theta = 60^\circ}$

$\cos > 0$

(A) 30°

(B) 45°

(C) 60°

(D) 90°

(E) 120°

17 - Se $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ , o valor de $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ é

(A) $0$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{4}{3}$

~~(E)~~ $\frac{8}{3}$

$f'(x) = \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{2}{(1-x)^2}$

$x \neq 1$

$f'(x) = \frac{2}{1-x^2}$

$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{1-\frac{1}{4}} = \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$

$(1+x)(1-x)^{-1} =$

$= (1+x)(-1)(1-x)^{-2}(-1) +$

$+ (1-x)^{-1}(1) =$

$= \frac{1+x}{(1-x)^2} + \frac{1}{1-x} \frac{}{1-x} = \frac{1+x+1-x}{(1-x)^2} =$

$= \frac{2}{(1-x)^2}$

18 - Anos bissextos são os divisíveis por 400 e também os divisíveis por 4 mas não por 100. Quantos anos bissextos há entre 1993 e 2993 ?

(A) 240

~~(B)~~ 243

(C) 245

(D) 248

(E) 250

$1993 = 498 \times 4 + 1$

$2993 = 748 \times 4 + 1$ $\Rightarrow (748 - 498) = 250$

$\Rightarrow 240.$

$1993 = 19 \times 100 + 93$

$2993 = 29 \times 100 + 93$ $\Rightarrow (29 - 19) \Rightarrow 10$

$1993 = 4 \times 400 + 393$

$2993 = 7 \times 400 + 193$ $\Rightarrow (7 - 4) \Rightarrow 3$

$\Rightarrow 243$

19 - Se $\dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\cos x - \operatorname{sen} x} = \operatorname{tg} y$, então um possível valor para y é

$\dfrac{tg\,x + 1}{1 - tg\,x} = tg\,y$ , $tg\frac{\pi}{4} = 1$

$\dfrac{tg\,x + tg\frac{\pi}{4}}{1 - tg\frac{\pi}{4}\,tg\,x} = tg\,y \Rightarrow tg\,y = tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

(A) $x - \dfrac{\pi}{4}$

(B) $x$

(C) $x + \dfrac{\pi}{4}$

(D) $x + \dfrac{3\pi}{4}$

(E) $x + \pi$

20 - Seja P(x) um polinômio do 2º grau, tal que $P(-1) = 12$, $P(0) = 6$ e $x = 2$ é raiz de P(x). O resto da divisão de P(x) por $(x - 3)$ é

$P(x) = (x-2)(ax+b)$

$P(-1) = (-1-2)(-a+b) = 12$

$b - a = -4 \Rightarrow -3 - a = -4$

$a = 1$

$P(0) = (0-2) \cdot b = 6$

$b = -3$

$P(x) = (x-2)(x-3)$

$P(3) = 0$

(A) -1

(B) 0

(C) 2

(D) 3

(E) 6

21 - São dados 8 pontos sobre uma circunferência. Quantos são os polígonos convexos cujos vértices pertencem ao conjunto formado por esses 8 pontos ?

$C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8 =$

$= 2^8 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0 =$

$= 256 - \frac{8 \times 7}{2} - 8 - 1 = 219$

(A) 219

(B) 224

(C) 1255

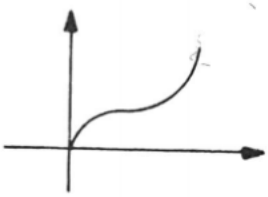
(D) 2520

(E) 40320

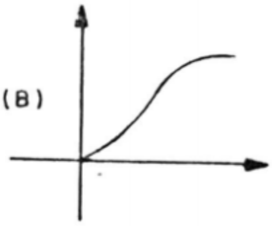
22 - Um reservatório tem a forma de uma esfera com uma pequena abertura na parte de cima. Enche-se o reservatório por intermédio de uma torneira de vazão constante. O gráfico que melhor representa a altura da água no reservatório em função do tempo é

$V = kt$

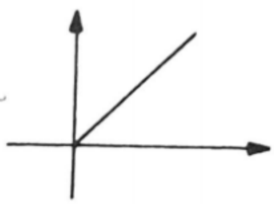
(A)



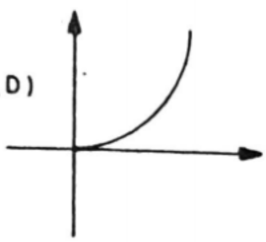
(B)



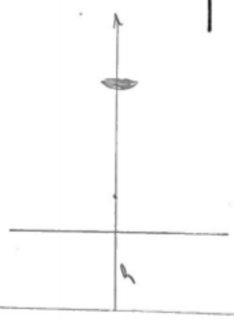
(C)



(D)



(E)



$v = kt$ , $k$ = cte = vazão
$v$ = volume



$h(t) = \frac{3}{2\pi R^2} \cdot kt = \frac{3k}{2\pi R^2} \cdot t$

$\frac{4}{3}\pi R^3 \to 2R$

$V \; - \; h$

$\Rightarrow 2R \cdot V = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot h$

$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$

$h = \frac{3V}{2\pi R^2}$

23 - Temos $\frac{1}{x} < 2$ se e somente se

$\frac{1}{x} < 2 \Rightarrow \frac{1}{x} - 2 < 0$

$\frac{1-2x}{x} < 0$

(A) $x > \frac{1}{2}$

(B) $x < \frac{1}{2}$

(C) $0 < x < \frac{1}{2}$

(D) $x < 0$ ou $x > \frac{1}{2}$

(E) $x < 0$

| | 0 | | $\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|
| + | | + | | − |
| − | | + | | + |
| − | | + | | − |

$x < 0$ ou $x > \frac{1}{2}$

24 - O Conjunto-Imagem da função $f(x) = \sqrt{16 - x^2} + \sqrt{x^2 - 16}$ é

$16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 16 \leq 0$

$x^2 - 16 \geq 0 \quad \Rightarrow x^2 - 16 = 0$

$x = \pm 4$

(A) $[-4, 4]$

(B) $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

(C) $\{0\}$

(D) $\{-4, 4\}$

(E) $[0, \infty)$

25 - Considere os números complexos $u = 1 + i$ e $v = 1 - i$. O valor de $u^{52} \cdot v^{-51}$ é

$u^{52} = [(1+i)^2]^{26} = (2i)^{26} = 2^{26} \cdot (-1) = -2^{26}$

$v^{-51} = \frac{1}{v^{51}} = \frac{v}{v^{52}} = \frac{1-i}{[(1-i)^2]^{26}} = \frac{1-i}{(-2i)^{26}} = \frac{1-i}{-2^{26}}$

$u^{52} \cdot v^{-51} = -\cancel{2^{26}} \cdot \frac{1-i}{\cancel{-2^{26}}} = 1 - i$

(A) v

(B) u

(C) v - u

(D) u + v

(E) u - v

MINISTÉRIO DA MARINHA

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

CONCURSO ESCOLA NAVAL/92

**RASCUNHO Nº 1** - Revisão

① $\left| \sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2} - \sqrt{(x+2)^2+(y+6)^2} \right| = \sqrt{10}$

$\left| d_{(P,(2,4))} - d_{(P,(-2,-6))} \right| = \sqrt{10} \Rightarrow$ Hipérbole//

②

$2R = l\sqrt{2} \Rightarrow l = R\sqrt{2}$

$\Rightarrow R_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow l_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}$

$l_i = R_i \cdot \sqrt{2} \Rightarrow R_{i+1} = R_i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow$ PG de razão $\frac{\sqrt{2}}{2}$

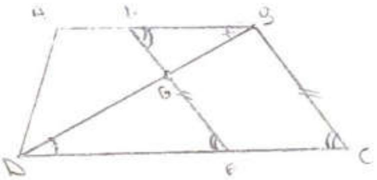
$S = \pi R^2$

$\Rightarrow R_{i+1}^2 = R_i^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = R_i^2 \cdot \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ PG de razão $\frac{1}{2}$

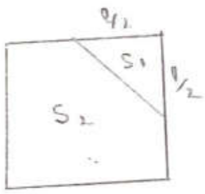
$S = \frac{\pi R^2}{1-\frac{1}{2}} = 2\pi R^2$//

③




$\frac{EB}{DF} = \frac{BG}{DG} \Rightarrow \overline{GB} \cdot \overline{DF} = \overline{GD} \cdot \overline{EB}$//

④




$S_1 = \frac{l/2 \times l/2}{2} = \frac{l^2}{8}$

$S_2 = l^2 - \frac{l^2}{8} = \frac{7l^2}{8}$

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{7l^2}{\cancel{8}}}{\frac{l^2}{\cancel{8}}} = 7$//

⑤

$A = [0,2)$

$B = (-1,2]$

$C = (1,3)$

$C_B\, A \cap (B-C) = B - A \cap (B-C)$

$B - C = (-1,1]$

$A \cap (B-C) = [0,1]$

$B - A \cap (B-C) = (1,0) \cap (1,2]$//

⑥ $(a+b+c)^9$

$ab^3c^5$

$T = \frac{9!}{\alpha!\beta!\gamma!} a^\alpha b^\beta c^\gamma \quad , \alpha+\beta+\gamma = 9$

$\alpha = 1$

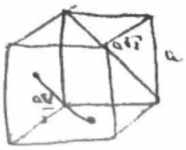
$\beta = 3 \Rightarrow$ coef.: $= \frac{9!}{1!3!5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{6}} = 504$//

$\gamma = 5$

⑦

$p \Rightarrow 0{,}7p \Rightarrow 1{,}4 \times 0{,}7p = 0{,}98p \Rightarrow$ diminuiu 2%//

(8)



$a_2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$S_\Delta = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\frac{a^2 \times 2}{4} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

$S_T = 8 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = a^2\sqrt{3}$ //

(9) $h(x) = x^3$

$t(x) = \frac{1}{1+x}, x \neq -1$

$f(x) = t(h(2x))$

$f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = ?$

$h(2x) = (2x)^3 = 8x^3$

$t(h(2x)) = t(8x^3) = \frac{1}{1+8x^3}$

$f(x) = \frac{1}{1+8x^3}$

$\frac{1}{1+8x^3} = \frac{1}{9} \Rightarrow 1+8x^3 = 9 \Rightarrow 8x^3 = 8 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = 1$ //

(10) $x^{\log_5 x^2} = \frac{x^5}{125} \Rightarrow x^{2\log_5 x - 5} = 5^{-3} \Rightarrow \log_x x^{2\log_5 x - 5} = \log_x 5^{-3}$

$x > 0$

$2\log_5 x - 5 = -3 \cdot \log_x 5 = -3 \cdot \frac{\log_5 5}{\log_5 x}$

$\Rightarrow 2\log_5 x - 5 = \frac{-3}{\log_5 x} \Rightarrow 2(\log_5 x)^2 - 5 \cdot \log_5 x + 3 = 0$

$\Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$

$\log_5 x = \frac{5 \pm 1}{4} \begin{cases} \frac{3}{2} \Rightarrow x = 5^{3/2} = 5\sqrt{5} \\ 1 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$

$P = 25\sqrt{5}$ //

(11) $x^2 - y^2 + x + y = 0$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$

$(x+y)(x-y+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ y = x+1 \end{cases} \Rightarrow$ 2 retas concorrentes //

(13) $a + b + c = 20 \quad a, b, c \geq 2$

$(a-2) + (b-2) + (c-2) = 14$

14 bolas, 2 barras $\Rightarrow P_{16}^{2,14} = \frac{16!}{2!\,14!} = \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \times 15}{\cancel{2}} = 120$ //

(12) $y = 4x^2$

$(1, 4)$

$\Rightarrow y' = 8x$

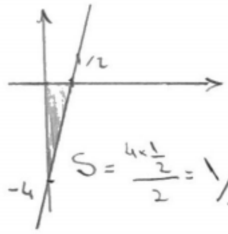
$m = 8 \cdot 1 = 8$

$\frac{y-4}{x-1} = 8 \Rightarrow y - 4 = 8x - 8$

$y = 8x - 4$

$(0, -4)$

$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$




$S = \frac{4 \times \frac{1}{2}}{2} = 1$ //

(14) $x^{1993} + 1993x = 1993$

$P(x) = x^{1993} + 1993x - 1993$

$P(0) = -1993$

$P(1) = 1$

$P(2) = 2^{1993} + 1993$

$\begin{matrix} P(0) < 0 \\ P(1) > 0 \end{matrix} \Rightarrow$ nº ímpar de raízes em $(0,1) \Rightarrow (0,2)$ //

(15)
$$\begin{bmatrix} \lambda-4 & 8 & -4 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ é sempre solução $\Rightarrow$ nunca é impossível

$\Delta_3 \neq 0 \Rightarrow$ cramer $\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ é única

$\Delta_3 = 0 \Rightarrow$ indet.

$\Delta_3 = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \lambda-4 & 8 & -4 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda(\lambda-4) - 4 + 8 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$ //

MINISTÉRIO DA MARINHA

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

CONCURSO ESCOLA NAVAL/92

RASCUNHO nº 2

(16) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$

$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$\vec{u} \,\hat{}\, \vec{v} = ?$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}| \cos\theta = 1 \Rightarrow \cos\theta > 0$

$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}|.|\vec{v}| \operatorname{sen}\theta = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$

$tg\,\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$ //

(17) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{2}{(1-x)^2} = \frac{2}{1-x^2}$

$f'\left(\frac{1}{2}\right) = ?$

$u = \left(\frac{1+x}{1-x}\right) = (1+x)(1-x)^{-1} \Rightarrow u' = (1+x)(-1)(1-x)^{-2}.(-1) + (1-x)^{-1}(1) =$

$= \frac{1+x}{(1-x)^2} + \frac{1}{1-x} = \frac{1+x+1-x}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$

$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{1-\frac{1}{4}} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ //

(18) 1993 ~ 2993

$\begin{cases} 1993 = 498 \times 4 - 3 \\ 2993 = 748 \times 4 + 1 \end{cases} \Rightarrow (748-498)+1 = 250$

$\Rightarrow 240$

$\begin{cases} 1993 = 20 \times 100 - 7 \\ 2993 = 29 \times 100 + 93 \end{cases} \Rightarrow (29-20)+1 = 10$

$\Rightarrow 243$ //

$\begin{cases} 1993 = 400 \times 5 - 7 \\ 2993 = 400 \times 7 + 193 \end{cases} \Rightarrow (7-5)+1 = 3$

(19) $\frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\cos x - \operatorname{sen} x} = tg\,y \Rightarrow \frac{tg\,x + 1}{1 - tg\,x} = tg\,y \Rightarrow \frac{tg\,x + tg\frac{\pi}{4}}{1 - tg\frac{\pi}{4} . tg\,x} = tg\,y \Rightarrow tg\,y = tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$y = x + \frac{\pi}{4}$ //

(20) $P(x) = (x-2)(ax+b)$

$P(-1) = -3(-a+b) = 12 \Rightarrow a - b = 4 \Rightarrow a = 1$

$P(0) = -2b = 6 \Rightarrow b = -3$

$\Rightarrow P(x) = (x-2)(x-3)$

$P(3) = 0$ //

(21) $C_8^8 + C_8^7 + \dots + C_8^3 = 2^8 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0 = 256 - \frac{8 \times 7}{2} - 8 - 1 = 219$ //

(22) $k$: vazão $\Rightarrow k = \frac{V}{t} = $ cte.

$\frac{4\pi R^3}{3} - 2R$

$V - h$

$\Rightarrow 2RV = \frac{4}{3}\pi R^3 h \Rightarrow V = \frac{2}{3}\pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{3}{2\pi R^2} . V$

$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{2\pi R^2} . kt = \frac{3k}{2\pi R^2} t$

$h(t) = $ cte$.t$ $\Rightarrow$ reta de coef. angular positivo que passa pela origem //

(23) $\frac{1}{x} < 2 \iff \frac{1}{x} - 2 < 0 \iff \frac{1-2x}{x} < 0$

raízes: $0; \frac{1}{2}$

$x < 0$ ou $x > \frac{1}{2}$ //

(24)

$f(x) = \sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-16}$

$16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 16 \leq 0$
$x^2 - 16 \geq 0$ $\Rightarrow x^2 - 16 = 0 \Rightarrow f(x) = 0$
$x = \pm 4$ //

(25)

$u = 1+i$
$v = 1-i$

$u^{52} \cdot v^{-51} = (1+i)^{52} \cdot (1-i)^{-51} = \cancel{(2i)^{26}} \cdot \frac{1-i}{\cancel{(-2i)^{26}}} = 1 - i = v$ //