MINISTÉRIO DA MARINHA
ESCOLA NAVAL
SUPERINTENDÊNCIA DE ENSINO

CONCURSO DE ADMISSÃO - 1988/1989

PROVA DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

1 - Este Questionário é composto de 25 questões, todas de igual valor.

2 - Além deste Questionário, cada candidato receberá um CARTÃO DE RESPOSTAS com tarja vermelha, para ser processado em computador.

3 - É proibido ter em seu poder livros, cadernos, papéis, bolsas, calculadoras eletrônicas, relógio com calculadora e régua de cálculo.

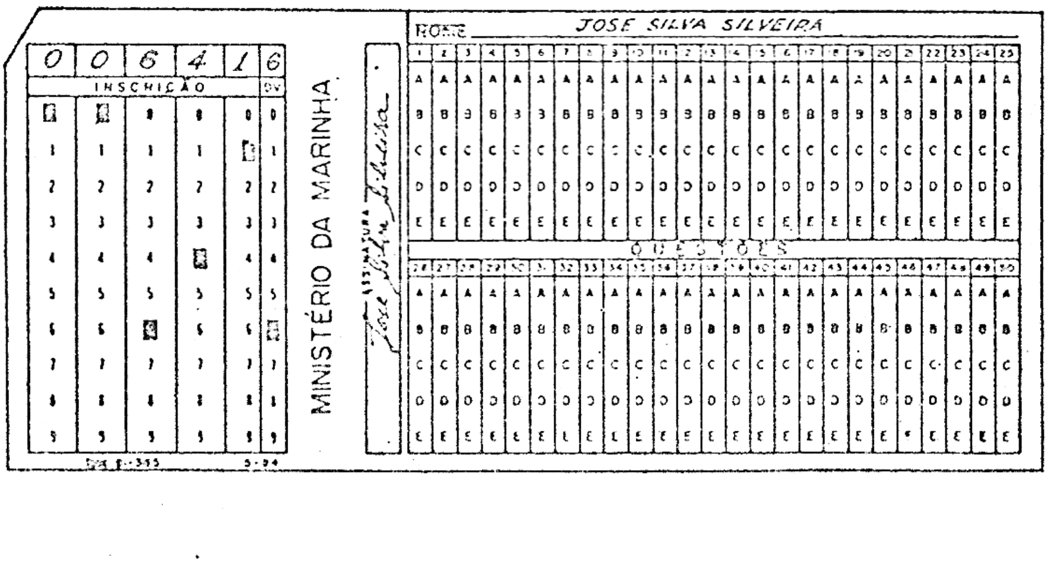
4 - Só comece a responder o Questionário ao ser dada ordem para iniciar a prova.

5 - O tempo disponível para a resolução da prova e perfuração do CARTÃO DE RESPOSTAS é de 3 horas.
Após decorridos 30 minutos do início da prova, o candidato que terminar poderá retirar-se.

6 - O candidato deverá ter o máximo cuidado para não cometer erros na perfuração do CARTÃO. Mais de uma resposta perfurada num mesmo item o tornará invalidado.

7 - Recomenda-se aos candidatos que NÃO DOBREM OU DANIFIQUEM OS CARTÕES DE RESPOSTAS para que não sejam rejeitados por ocasião da correção no computador.

8 - Escreva seu nome (legível), assine, coloque o número de inscrição e perfure-o no CARTÃO DE RESPOSTAS, conforme o modelo abaixo.



MATEMÁTICA

1. Se $f(x-1) = \text{sen}^2(x-2)$ então $f(x+1)$ é igual a

(A) $\text{sen}^2(x-1)$ $\quad z = x-1 \to x = z+1$

(B) $\text{sen}^2(x+1)$ $\quad f(z) = \text{sen}^2(z+1-2)$

$= \text{sen}^2(z-1)$

(C) $\dfrac{1+\cos 2x}{2}$ $\quad f(x+1) = \text{sen}^2(x+1-1)$

(D) $\dfrac{1-\cos 2x}{2}$ $\quad = \text{sen}^2 x$

$= \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

(E) $\dfrac{1+\text{sen}\, 2x}{2}$

---

2. $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}\right)$ é igual a

(A) $\frac{3}{2}$ $\quad \dfrac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$ $\qquad$ (D) $-\frac{3}{2}$

(B) $\frac{3}{4}$ $\qquad$ (E) $\frac{4}{3}$

(C) $-\frac{1}{3}$

---

3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{2-2x^2+x^4}\,dx$ é igual a $\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,dx}{1+(x^2-1)^2}$

$u = x^2-1 \to \begin{cases} du = 2x\,dx \\ x=0 \to u=-1 \\ x=1 \to u=0 \end{cases}$

(A) $-\frac{\pi}{8}$ $\qquad$ (D) $\frac{\pi}{4}$

(B) $-\frac{\pi}{4}$ $\qquad$ (E) 0 $\quad \displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{\frac{1}{2}du}{1+u^2} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{0}\frac{du}{1+u^2} = \frac{1}{2}\text{arctg}\,u\Big|_{-1}^{0}$

(C) $\frac{\pi}{8}$

$\frac{1}{2}\big(\underbrace{\text{arctg}\,0}_{0} - \underbrace{\text{arctg}(-1)}_{-\frac{\pi}{4}}\big) = \frac{\pi}{8}$

---

4. Dada a função $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ podemos afirmar que

(A) $f(x+y) = f(x) + f(y)$ $\quad f(x)+f(y) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) + \ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$

(B) $f(xy) = f(x) + f(y)$ $\quad \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\cdot\frac{1+y}{1-y}\right) = \ln\left(\frac{1+x+y+xy}{1-x-y+xy}\right)$

(C) $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{x+y}$ $\quad \ln\left(\frac{1+xy+(x+y)}{1+xy-(x+y)}\right) = \ln\left(\dfrac{1+\frac{x+y}{1+xy}}{1-\frac{x+y}{1+xy}}\right)$

(D) $f(x+y) = f\left(\dfrac{x+y}{1+xy}\right)$

(E) $f(x) + f(y) = f\left(\dfrac{x+y}{1+xy}\right)$ $\quad \ln\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$

---

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+\text{sen}\,x} - \sqrt{1-\text{sen}\,x}}{x}$ $\quad \dfrac{1+\text{sen}\,x - 1+\text{sen}\,x}{(\sqrt{1+\text{sen}\,x}+\sqrt{1+\text{sen}\,x})\,x}$

(A) é 1 $\quad \dfrac{2\,\text{sen}\,x}{x}\cdot\dfrac{1}{2} = 1$

(B) é 0

(C) não existe

(D) é $+\infty$

(E) é -1

---

6. Sabendo que f, g e h são funções reais de variável real e que f e g não se anulam, considere as afirmações abaixo:

I. $fo(g+h) = fog + foh$ F

II. $(g+h)\,of = gof + hof$ V

III. $\dfrac{1}{fog} = \dfrac{1}{f}\,og$ V

IV. $\dfrac{1}{fog} = fo\left(\dfrac{1}{g}\right)$ F

Podemos afirmar que

(A) todas as afirmativas acima são verdadeiras.

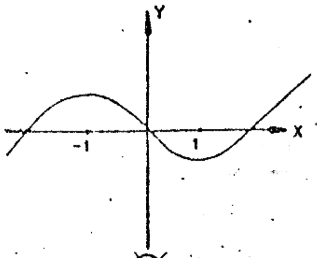
(B) somente I e II são verdadeiras.

(C) somente a IV é falsa.

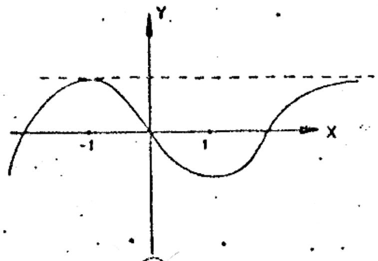
(D) somente II e III são verdadeiras.

(E) somente I é falsa.

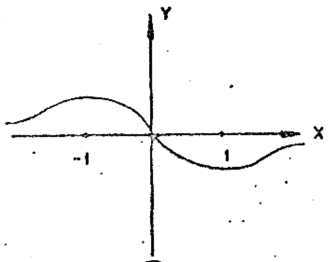
7. A representação gráfica da função $f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} x$ é



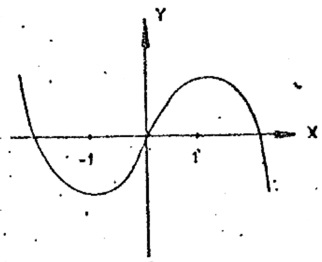
(A)



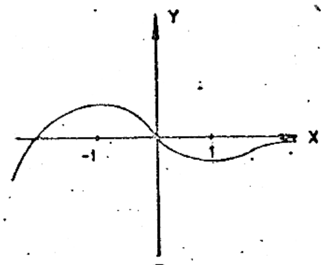
(B)



(C)



(D)



(E)

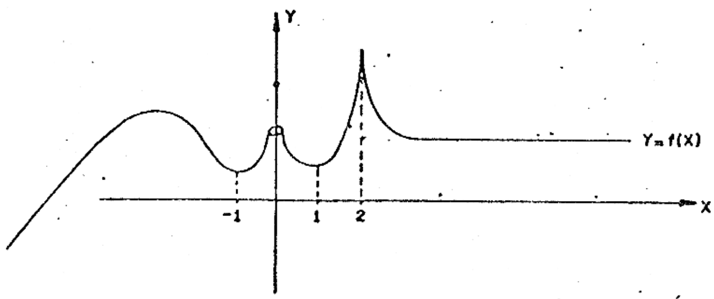
---

8. Dada a proposição $p \wedge (q \vee r) \longleftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ podemos afirmar que é

(A) logicamente falsa.
(B) uma tautologia.
(C) equivalente a $(p \vee q) \longleftrightarrow r$.
(D) equivalente a $(p \longleftrightarrow q) \vee r$.
(E) equivalente a $\sim (p \vee q) \longleftrightarrow r$.

---

9. Considere o gráfico da função f, dado abaixo, onde f é contínua



(A) $\forall x \in \mathbb{R}$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.
(B) e derivável $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.
(C) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}\ x \neq 0$ e $x \neq 2$.
(D) e derivável $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2$.
(E) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2$ e $x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.

---

10. Se $f(x) = tg^3\, 2x$ podemos afirmar que $f''(\frac{\pi}{8})$ é igual a

$f'(x) = 3\, tg^2 2x \cdot sec^2 2x \cdot 2 = 6 tg^2 2x\,(1 + tg^2 2x) =$
$= 6\, tg^2 2x + 6\, tg^4 2x$

(A) 0
(B) 72.
(C) 144 $f''(x) = 12\, tg^2 2x\, sec^2 2x\ 2 + 24\, tg^2 2x\, sec^2 2x\,(1 + 2 tg^2 x)$
(D) 96
(E) 24 $f''(\frac{\pi}{8}) = 24 \times 1 \times 2 \times 3 = 144$

11. Considere os conjuntos $A = \{x\}$ e $B = \{x, \{A\}\}$ e as proposições

I. $\{A\} \in B$.
II. $\{x\} \in A$.
III. $A \in B$.
IV. $B \subset A$.
V. $\{x, A\} \subset B$.

As proposições falsas são

(A) I, III e V.
(B) II, IV e V.
(C) II, III, IV e V.
(D) I, III, IV e V.
(E) I, III e IV.

---

12. Sabendo-se que a equação $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$ admite a raiz $2 + i\sqrt{3}$, podemos afirmar que

(A) a soma de suas raízes é zero.
(B) tem 2 raízes reais.
(C) a soma de suas raízes é -8.
(D) a soma de suas raízes é -35.
(E) a equação tem uma raiz dupla.

---

13. As equações da reta que passa pelo ponto $P(3, -2, -4)$; é paralela ao plano $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ e intercepta a reta $\frac{x-2}{3} = \frac{-4-y}{2} = \frac{z-1}{2}$ são:

(A) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{9}$

$x_0 = 3t + 2$
$y_0 = -2t - 4$
$z_0 = 2t + 1$
$\vec{u}_r = \vec{PP_0} = (3t-1, -2t-2, 2t+5)$

(B) $\frac{x-3}{-43} = \frac{y+2}{30} = \frac{z+4}{-23}$

(C) $\frac{x-5}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-9}{4}$

$r // \alpha \to \vec{u}_r \perp \vec{n}_\alpha \to \vec{u}_r \cdot \vec{n}_\alpha = 0$
$\vec{n}_\alpha = (3, -2, -3)$

(D) $\frac{x+43}{3} = \frac{y-30}{-2} = \frac{z+23}{-4}$

$\to 9t - 3 + 4t + 4 - 6t - 15 = 0$
$7t - 14 = 0 \to t = 2$

(E) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$

---

14. A equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{bmatrix}$$

Não é de Cramer

$$\delta_3 : \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & k \end{vmatrix}$$

$k + 2 - 15 - (5 + 6 - k) = 0$
$k = 12$

(A) é impossível para todos os valores de k.
(B) admite solução qualquer que seja k.
(C) admite solução somente se $k = 4$.
(D) admite solução somente se $k = 8$.
(E) admite solução somente se $k = 12$.

---

15. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, o valor de $A^n (n \in \mathbb{N}; n > 1)$ é

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} n & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} n & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

16. O menor valor de n, $n \in \mathbb{N}$, para o qual $(-\sqrt{3}+i)^n$ é imaginário puro, é

$\left(2\,\text{cis}\,\frac{5\pi}{6}\right)^n = 2^n\,\text{cis}\,\frac{n5\pi}{6}$

(A) 0 $\quad r = \sqrt{3+1} = 2$

(B) 2

(C) 3 $\quad tg\,\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad \frac{5\cancel{\pi}}{6}n = 2k\cancel{\pi} + \frac{\cancel{\pi}}{2} \rightarrow n = \frac{6k+3}{5}$ $\quad k = 2$, $n = 3$

(D) 5

(E) 7 $\quad \theta = \frac{5\pi}{6}$

---

17. Considere as afirmações:

I. Qualquer conjunto de vetores que contenha um subconjunto de vetores linearmente dependente é linearmente dependente.

II. Qualquer conjunto de vetores contendo o vetor nulo é linearmente dependente.

III. Todo subconjunto de um conjunto linearmente independente é linearmente independente.

As proposições verdadeiras são

(A) I e II.

(B) I, II e III.

(C) I e III.

(D) nenhuma.

(E) II e III.

---

18. Sabendo-se que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores que satisfazem as seguintes condições,

I. $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

II. $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{w}$.

III. $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ onde $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

Podemos afirmar que o produto vetorial, $\vec{u} \times \vec{v}$, é

(A) $-\frac{16}{9}\vec{i} + \frac{2}{9}\vec{j} + \frac{14}{9}\vec{k}$ $\quad$ I $\cdot\ \vec{u} = \lambda\vec{\omega} = \lambda(1,-1,1)$

II $\cdot\ \vec{v} \perp \vec{\omega} \rightarrow \vec{v}\cdot\vec{\omega} = 0$

(B) $-\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k}$ $\quad$ III $\cdot\ \vec{v} = \vec{a} - \vec{u} = (2,1,-3) - (\lambda,-\lambda,\lambda) =$

$= (2-\lambda, 1+\lambda, -3-\lambda)$

(C) nulo. $\quad (*) \rightarrow 2-\lambda - 1 - \lambda - 3 - \lambda = 0$

(D) $-\frac{4}{3}\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 2\vec{k}$ $\quad -3\lambda - 2 = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{2}{3}$

(E) $\frac{16}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{14}{3}\vec{k}$

$\vec{u} = -\frac{2}{3}(1,-1,1) \qquad \vec{v} = \left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{3}(8,1,-7)$

$\vec{u}\times\vec{v} = \frac{2}{9}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 8 & 1 & -7 \end{vmatrix} = 0 \quad -\frac{4}{3}\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 2\vec{k}$

---

19. O conjunto solução da inequação $3|x-1| + x > \underbrace{|1-x|}_{|x-1|}$ é

(A) $\left[\frac{2}{3}, \infty\right)$ $\quad 2|x-1| + x > 0$

$x > 0$

(B) $(-\infty, 2)$ $\quad x < 0 \rightarrow -2x + 2 + x > 0$

$x < 2 \qquad S = \mathbb{R}$

(C) $\left[\frac{2}{3}, 2\right]$

(D) $\emptyset$

(E) $(-\infty, \infty)$

---

20. Considere o problema de determinar o triângulo ABC, conhecidos $\hat{C} = 60^\circ$, $AB = x$ e $BC = 6$. Podemos afirmar que o problema

(A) sempre admite solução, se $x > 0$.

(B) admite duas soluções, se $x > 3$.

(C) admite solução única, se $x = 3$.

(D) admite duas soluções, se $3\sqrt{3} < x < 6$.

(E) não admite solução, se $x > 6$.

$C = 60^\circ$, $c = x$, $a = 6$ $\quad \rightarrow -27 + x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 27 \quad x \geq 3\sqrt{3}$

$x^2 = 36 + b^2 - \cancel{2} \times 6 \times b \times \frac{1}{\cancel{2}}$ $\quad S = 6 > 0$ ∃ pelo menos uma raiz positiva

$\Delta \geq 0 \rightarrow \overset{9}{\cancel{36}} - \cancel{4}(36 - x^2) \geq 0$ $\quad$ 2 soluções $P > 0 \quad 36 - x^2 > 0 \quad x < 6$

$3\sqrt{3} < x < 6$

21. Se $2\,\text{sen}\,x + \cos x = 1$ então

(~~A~~) $\text{sen}\,x = 0$ ou $\text{sen}\,x = \frac{4}{5}$

(B) $\text{tg}\,x = 0$ ou $\text{tg}\,x = \frac{4}{3}$

(C) $\cos x = 1$ ou $\cos x = \frac{3}{5}$

(D) $\text{sen}\,x = 0$

(E) $\cos x = 1$

$2\,\text{sen}\,x + \cos x = 1 \rightarrow \cos x = 1 - 2\,\text{sen}\,x$

$\text{sen}^2 x + (1 - 2\,\text{sen}\,x)^2 = 1$

$\text{sen}^2 x + \cancel{1} - 4\,\text{sen}\,x + 4\,\text{sen}^2 x - \cancel{1} = 0$

$5\,\text{sen}^2 x - 4\,\text{sen}\,x = 0$

$\text{sen}\,x\,(5\,\text{sen}\,x - 4) = 0$

$\text{sen}\,x = 0$ ou $\text{sen}\,x = \frac{4}{5}$

---

22. ABCD é um quadrado de lado 12, E é o ponto do lado CD tal que DE = 4, M é o ponto médio de AE, a mediatriz de AE intercepta o lado BC no ponto Q. Calcule o raio do círculo circunscrito ao quadrilátero EMQC.

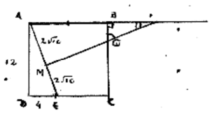
(A) $\frac{\sqrt{85}}{3}$

(~~B~~) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$

(C) $\sqrt{85}$

(D) $\frac{4\sqrt{85}}{3}$

(E) $\frac{5\sqrt{85}}{3}$



$\rightarrow BP = 8$

$\rightarrow BQ =$

$(2R)^2 = 8^2 + \left(\frac{28}{3}\right)^2$

$AE^2 = 4^2 + 12^2 = 4^2(1+9) = 4^2 \times 10$

$AE = 4\sqrt{10}$

$\Delta AMP \sim \Delta ADE$

$\frac{AP}{4\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{4}$ $\quad AP = 20$

$\rightarrow 2R = \frac{4}{3}\sqrt{85}$

$R = \frac{2}{3}\sqrt{85}$

---

23. Um triângulo retângulo ABC, no qual $\hat{A} = 90^{\circ}$, AC = 3 e AB = 4, efetua uma revolução completa em torno de um eixo que passa por B e é paralelo a AC. Calcule o volume do sólido assim gerado.

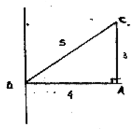
(A) $\frac{32\pi}{3}$

(B) 16π

(~~C~~) 32π

(D) $\frac{128\pi}{3}$

(E) 64π



$V_{fig} = V_{cil} - V_{cone}$

$V_{fig} = \frac{2\pi r^2 h}{3}$

$V_{fig} = \frac{2\pi\, 4^2 \cancel{3}}{\cancel{3}}$

$V_{fig} = 32\pi$

---

24. Os círculos C_1, C_2, C_3, ... têm centros colineares, são tangentes a uma mesma reta R e cada um deles tangencia exteriormente os círculos adjacentes. Se os raios de C_1 e C_2 são 1 e 2, respectivamente, o raio de C_4 é

(A) 4

(B) 6

(~~C~~) 8

(D) 10

(E) 12

---

25. Num hexágono regular, a razão da maior diagonal para a menor diagonal é

(A) 3

(B) 2

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\frac{3}{2}$

(~~E~~) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{S_{dMA}}{S_{dME}} = \frac{2\ell_7}{2h_7} = \frac{2a}{\frac{\cancel{2}a\sqrt{3}}{\cancel{2}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$