# EN - ESCOLA NAVAL

1989

1. Se $f(x - 1) = \text{sen}^2(x - 2)$ então $f(x + 1)$ é igual a

$f(x+1) = \text{sen}^2 x$

$\cos 2x = 1 - 2\,\text{sen}^2 x$

$\text{sen}^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$

(a) $\text{sen}^2(x - 1)$

(b) $\text{sen}^2(x + 1)$

(c) $\dfrac{1 + \cos 2x}{2}$

~~(d)~~ $\dfrac{1 - \cos 2x}{2}$

(e) $\dfrac{1 + \text{sen}\ 2x}{2}$

2. $\lim\limits_{n \to +\infty} \left( \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}\right) \right)$ é igual a

$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} \Rightarrow \dfrac{1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9}{8}$

$+\frac{1}{3} + \frac{1}{27} \Rightarrow \dfrac{1/3}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{8}$

$\frac{9}{8} - \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$

(a) $\frac{3}{2}$

~~(b)~~ $\frac{3}{4}$

(c) $-\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{3}{2}$

(e) $\frac{4}{3}$

3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{2 - 2x^2 + x^4}\,dx$ é igual a

(a) $-\frac{\pi}{8}$ $\quad -\frac{1}{2}\displaystyle\int_0 \frac{-2x}{1 + (1 - x^2)^2} = -\frac{1}{2}\int_1^0 \frac{du}{1 + u^2}$

(b) $-\frac{\pi}{4}$ $\quad -\frac{1}{2}\left[\text{arctg}\, u\right]_1^0$

~~(c)~~ $\frac{\pi}{8}$ $\quad -\frac{1}{2}\left(-\frac{\pi}{4} + 0\right) = +\frac{\pi}{8}$

(d) $\frac{\pi}{4}$

$x = 1 \to u = 0$

$x = 0 \to u = 1$

(e) $0$

4. Dada a função $f(x) = \ln\left(\frac{1 + x}{1 - x}\right)$ podemos afirmar que

(a) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ F

$f(x) = \ln(1 + x) - \ln(1 - x)$

$f(x + y) = \ln(1 + x + y) - \ln(1 - x - y)$

(b) $f(xy) = f(x) + f(y)$ F

(c) $f(x + y) = \dfrac{f(x) + f(y)}{x + y}$ F

(d) $f(x + y) = f(\dfrac{x + y}{1 + xy})$

(e) $f(x) + f(y) = f(\dfrac{x + y}{1 + xy})$

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + \text{sen}\, x} - \sqrt{1 - \text{sen}\, x}}{x}$

$\dfrac{1 + \text{sen}\,x - 1 + \text{sen}\,x}{x(\sqrt{1+\text{sen}\,x} + \sqrt{1-\text{sen}\,x})} = \dfrac{2x}{x(1+1)} = 1$

(a) é 1
(b) é 0
(c) não existe
(d) é $+\infty$
(e) é $-1$

6. Sabendo que f, g e h são funções reais de variável real e que f e g não se anulam, considere as afirmações abaixo:

sejam $f(x) = x^2$
$g(x) = x^3$
$h(x) = x$

I. $fo(g + h) = fog + foh$ F

$fo(g+h) = (x^3+x)^2 \neq x^6 + x^2$

II. $(g + h)of = gof + hof$ V

$K = g+h = x^3 + x$
$K(f) = x^6 + x^2 = x^6 + x^2$

III. $\dfrac{1}{fog} = \dfrac{1}{f}\, og$ V

$\dfrac{1}{x^6} = \dfrac{1}{x^6}$

IV. $\dfrac{1}{fog} = fo(\dfrac{1}{g})$ V

$\dfrac{1}{x^6} = \dfrac{1}{x^6}$

Podemos afirmar que

(a) todas as afirmativas acima são verdadeiras.
(b) somente I e II são verdadeiras.
(c) somente a IV é falsa.
(d) somente II e III são verdadeiras.
(e) somente I é falsa.

7. Considere os conjuntos $A = \{x\}$ e $B = \{x, \{A\}\}$ e as proposições

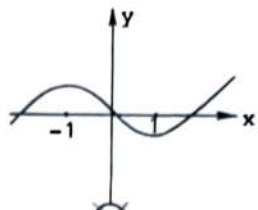
I. $\{A\} \in B$. V
II. $\{x\} \in A$. F
III. $A \in B$. F
IV. $B \subset A$. F
V. $\{x, A\} \subset B$. F

As proposições FALSAS são:

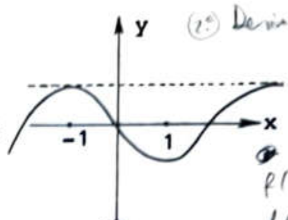
(a) I, III e V.
(b) II, IV e V.
(c) II, III, IV e V.
(d) I, III, IV e V.
(e) I, III e IV.

8. A representação gráfica da função $f(x) = x - 2\,\text{arctg}\,x$ é:

(1ª) Derivada max min
(2ª) Derivada inflex.



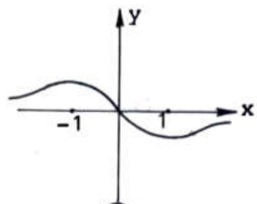
(A)



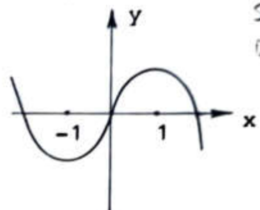
(B)

$f(-1) > 0$
$f(1) < 0$

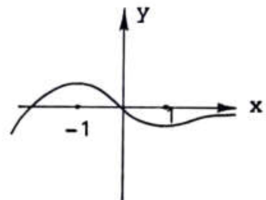
Só zero é de inflex (B, C)



(C)



(D)



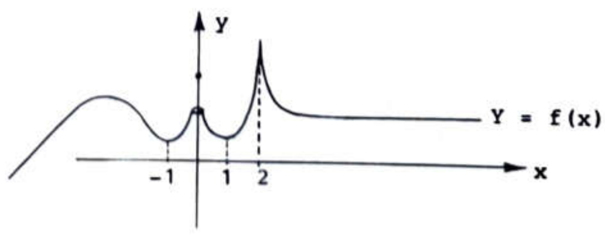
(E)

9. Dada a proposição $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ podemos afirmar que é

$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \longleftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(a) logicamente falsa.
(b) uma tautologia.
(c) equivalente a $(p \vee q) \Leftrightarrow r$.
(d) equivalente a $(p \Leftrightarrow q) \vee r$.
(e) equivalente a $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow r$.

10. Considere o gráfico da função f, dado abaixo, onde f é contínua




(a) $\forall x \in \mathbb{R}$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

(b) e derivável $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

(c) $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$ e $x \neq 2$.

(d) e derivável $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 2$.

(e) $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 2$ e $x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

**GRUPO IMPACTO**

SISTEMA IMPACTO DE ENSINO

# MATEMÁTICA

**CONCURSO:** EN

**ANO:** 1989



3·2 2·2

11. Se $f(x) = tg^3\, 2x$ podemos afirmar que $f''(\frac{\pi}{8})$ é igual a

$f'(x) = 3\,tg^2 2x \cdot sec^2 2x \cdot 2$

(a) 0
(b) 72
(c) 144
(d) 96
(e) 24

$f''(x) = 24\,tg\,2x \cdot sec^2 2x \cdot sec^2 2x +$

$+ 12\,tg^2 2x \cdot 2\,sec\,2x \cdot sec\,2x \cdot tg\,2x \Rightarrow$

$\Rightarrow f''(\pi/8) = 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 2 + 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 1 =$

$= (24+12)4 = 144$

12. Sabendo-se que a equação $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$ admite a raiz $2 + i\sqrt{3}$, podemos afirmar que

$2+i\sqrt{3}$

$2-i\sqrt{3}$

(a) a soma de suas raízes é zero.
(b) tem 2 raízes reais.
(c) a soma de suas raízes é -8.
(d) a soma de suas raízes é -35.
(e) a equação tem uma raiz dupla.

$(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3}) = 4+3 = 7$

$P = 5$

$S = -4$

$x^2+4x+5=0$

$-4 \pm \sqrt{16-4(5)}$ 4 complexas

13. As equações da reta que passa pelo ponto $P(3, -2, -4)$; é paralela ao plano $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ e intercepta a reta $\frac{x-2}{3} = \frac{-4-y}{2} = \frac{z-1}{2}$ são:

$\vec{m} = (3,-2,-3)$

$\vec{n} \cdot \vec{m} = 0$

$\vec{n}(a,b,c)$

$3a - 2b - 3c = 0$

(a) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{9}$

(b) $\frac{x-3}{-43} = \frac{y+2}{30} = \frac{z+4}{-23}$

(c) $\frac{x-5}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-9}{4}$

(d) $\frac{x+43}{3} \quad \frac{y-30}{-2} \quad \frac{z+23}{-4}$

(e) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$

14. A equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{bmatrix}$$

(a) é impossível para todos os valores de k.
(b) admite solução qualquer que seja k.
(c) admite solução somente se k = 4.
(d) admite solução somente se k = 8.
(e) admite solução somente se k = 12.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & k \end{vmatrix} = k - 15 + 2 - 5 + k - 6 = 0$$

$2k = 26 - 2 = 24$

$k = 12$

15. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ o valor de $A^n$ ($n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$) é:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} n & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$

$A^m = \begin{bmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} n & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

16. O menor valor de n, $n \in \mathbb{N}$, para o qual $(-\sqrt{3} + i)^n$ é imaginário puro, é

$2^m \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^m \to 2^m \text{ cis } \frac{5\pi m}{6}$

(a) 0
(b) 2
(c) 3
(d) 5
(e) 7

$\frac{5\pi m}{6} \equiv \frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$

$m = 3 \to \frac{5\pi}{2}$ e

17. Considere as afirmações:

I. Qualquer conjunto de vetores que contenha um subconjunto de vetores linearmente dependente é lenearmente dependente.

II. Qualquer conjunto de vetores contendo o vetor nulo é linearmente dependente.

III. Todo subconjunto de um conjunto linearmente independente é linearmente independente.

As proposições verdadeiras são

(a) I e II.
(b) I, II e III.
(c) I e III.
(d) nenhuma.
(e) II e III.

18. Sabendo-se que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores que satisfazem as seguintes condições,

$v = (x_2, y_2, z_2)$

$x_2 + t = 2 = 6/3$

$-y_2 + t = 1 = -1/3$

$w_2 + t = 3 = 7/3$

$0 + 3t = 2$

$t = 2/3$

I. $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ $\vec{u} = (t, -t, t)$

II. $\vec{v}$ é orgotonal a $\vec{w}$. $\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}||\vec{w}| \cos 90° = 0$

III. $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ onde $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

$x_2 - y_2 + w_2 = 0$

$(t, -t, t) + (x_2, y_2, w_2) = (x_2 + t, y_2 - t, w_2 + t)$

Podemos afirmar que o produto vetorial, $\vec{u} \times \vec{v}$, é

$\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \operatorname{sen} \theta$

(a) $\frac{-16}{9}\vec{i} + \frac{2}{9}\vec{j} + \frac{14}{9}\vec{k}$

(b) $\frac{-2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k}$

$\vec{u} = \left(\frac{-2}{3}, \frac{+2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$

(c) nulo.

(d) $\frac{-4}{3}\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 2\vec{k}$

(e) $\frac{16}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{14}{3}\vec{k}$

$-\frac{12}{9} = -\frac{4}{3}$

19. O conjunto solução da inequação $3|x - 1| + x > |1 - x|$ é

$|1-x| = |x-1|$

(a) $[\frac{2}{3}, \infty)$

(b) $(-\infty, 2)$

(c) $[\frac{2}{3}, 2)$

(d) $\emptyset$

(e) $(-\infty, \infty)$

$3|x-1| - |1-x| + x > 0$

$3|x-1| - |x-1| + x > 0$

$2|x-1| + x > 0$

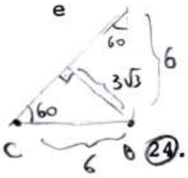
$x \geq 1 \to 2(x-1) + x > 0$

$2x - 2 + x > 0 \to 3x > 2 \to x > 2/3 \to (x \geq 1)$

$x < 1 \to 2 - 2x + x > 0$

$x < 2 \to x < 1$

20. Considere o problema de determinar o triângulo ABC, conhecidos $\hat{C} = 60^\circ$, AB = x e BC = 6. Podemos afirmar que o problema



(a) sempre admite solução, se $x > 0$.

(b) admite duas soluções, se $x > 3$.

(c) admite solução única, se $x = 3$.

(d) admite duas soluções, se $3\sqrt{3} < x < 6$.

(e) não admite solução, se $x > 6$.

$3\sqrt{3} < x < 6 \to 2$ sol

$x \geq 6 \to 1$ sol

$0 \leq x < 3\sqrt{3} \to 0$ sol

21. Se $2 \operatorname{sen} x + \cos x = 1$ então

(a) $\operatorname{sen} x = 0$ ou $\operatorname{sen} x = \frac{4}{5}$

(b) $\operatorname{tg} x = 0$ ou $\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}$

(c) $\cos x = 1$ ou $\cos x = \frac{3}{5}$

(d) $\operatorname{sen} x = 0$

(e) $\cos x = 1$

$4 \operatorname{sen}^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$

$4 - 4\cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$

$5y^2 - 2y - 3 = 0$

$y = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(5)(-3)}}{10} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{10} \to 1 \to \cos x = 1$

$\to \frac{-6}{10} = -\frac{3}{5} \to \cos x = -\frac{3}{5}$, $\operatorname{sen} x = \frac{4}{5}$

22. ABCD é um quadrado de lado 12, E é o ponto do lado CD tal que DE = 4, M é o ponto médio de AE, a mediatriz de AE intercepta o lado BC no ponto Q. Calcule o raio do círculo circunscrito ao quadrilátero EMQC.

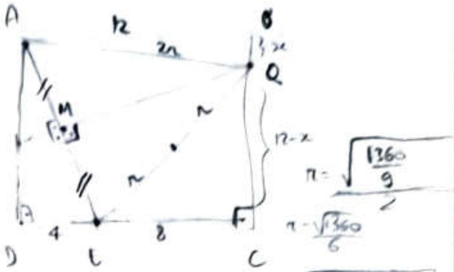
(a) $\frac{\sqrt{85}}{3}$

(b) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$

(c) $\sqrt{85}$

(d) $\frac{4\sqrt{85}}{3}$

(e) $\frac{5\sqrt{85}}{3}$



$r = \frac{\sqrt{\frac{1360}{9}}}{2}$

$r = \frac{\sqrt{1360}}{6}$

$2r = \sqrt{144 + \frac{64}{9}}$

$\to \frac{4\sqrt{85}}{6} = \frac{2\sqrt{85}}{3}$

$144 + x^2 = 144 - 24x + x^2 + 64$

$24x = 64 \to 6x = 16 \to x = \frac{8}{3}$

23. Um triângulo retângulo ABC, no qual $\hat{A} = 90^\circ$, AC = 3 e AB = 4, efetua uma revolução completa em torno de um eixo que passa por B e é paralelo a AC. Calcule o volume do sólido assim gerado.

$\pi r^2 h = \pi \cdot 16 \cdot 3 = 48\pi$

$\frac{1}{3}\pi r^2 h \to \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$

$V = 32\pi$

(a) $\frac{32\pi}{3}$

(b) $16\pi$

(c) $32\pi$

(d) $\frac{128\pi}{3}$

(e) $64\pi$

24. Os círculos $C_1$, $C_2$, $C_3$,... têm centros colineares, são tangentes a uma mesma reta R e cada um deles tangencia exteriormente os círculos adjacentes. Se os raios de $C_1$ e $C_2$ são 1 e 2, respectivamente, o raio de $C_4$ é

$\frac{3}{y+8} = \frac{1}{y} \to y = 4$

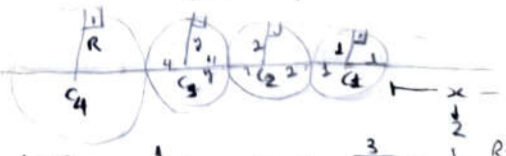
(a) 4

(b) 6

(c) 8

(d) 10

(e) 12



$\frac{1+x}{4+x} = \frac{1}{2} \to x = 2$

$\frac{3}{R+16} = \frac{1}{R}$ $R = 8$

25. Num hexágono regular, a razão da maior diagonal para a menor diagonal é

(a) 3

(b) 2

(c) $\sqrt{3}$

(d) $\frac{3}{2}$

(e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2R}{R\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

# Escola Naval 1989 - Matemática

## GABARITO

1. D
2. B
3. C
4. E
5. A
6. D
7. A
8. B
9. C
10. C
11. C
12. A
13. A
14. E
15. C
16. C
17. B
18. D
19. E
20. D
21. A
22. B
23. C
24. C
25. E