MINISTÉRIO DA MARINHA
ESCOLA NAVAL
SUPERINTENDÊNCIA DE ENSINO

CONCURSO DE ADMISSÃO - 1987/1988

PROVA DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

1 - Este Questionário é composto de 25 questões, todas de igual valor.

2 - Além deste Questionário, cada candidato receberá um CARTÃO DE RESPOSTAS com tarja vermelha, para ser processado em computador.

3 - É proibido ter em seu poder livros, cadernos, papéis, bolsas, calculadoras eletrônicas, relógio com calculadora e régua de cálculo.

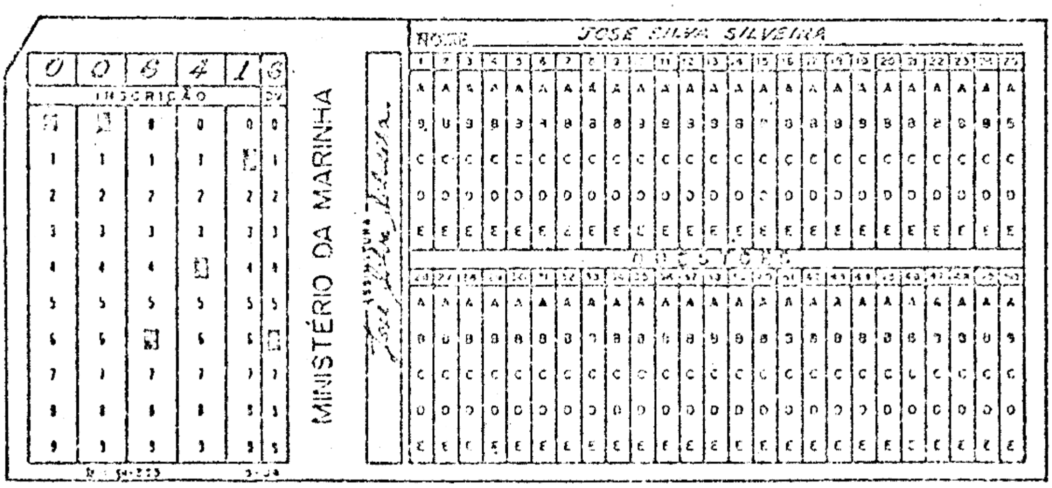
4 - Só comece a responder o Questionário ao ser dada ordem para iniciar a prova.

5 - O tempo disponível para a resolução da prova e perfuração do CARTÃO DE RESPOSTAS é de 3 horas.
Após decorridos 30 minutos do início da prova, o candidato que terminar poderá retirar-se.

6 - O candidato deverá ter o máximo cuidado para não cometer erros na perfuração do CARTÃO. Mais de uma resposta perfurada num mesmo item o tornará invalidado.

7 - Recomenda-se aos candidatos que NÃO DOBREM OU DANIFIQUEM OS CARTÕES DE RESPOSTAS para que não sejam rejeitados por ocasião da correção no computador.

8 - Escreva seu nome (legível), assine, coloque o número de inscrição e perfure-o no CARTÃO DE RESPOSTAS, conforme o modelo abaixo.



Assinale a alternativa verdadeira:

(A) $-1^2 = 1$ e $0,999\ldots < 1$

(B) $-1^2 = -1$ e $0,999\ldots < 1$

(C) $-1^2 = 1$ e $0,999\ldots = 1$

~~(D)~~ $-1^2 = -1$ e $0,999\ldots = 1$

(E) $0,999\ldots > 1$

Para todo x real, $-3 < \dfrac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2$ se e só se:

(A) $-3 < a < 2$
~~(B)~~ $-1 < a < 2$
(C) $-6 < a < 7$
(D) $-1 < a < 7$
(E) $-6 < a < 2$

$\rightarrow -3x^2+3x-3 < x^2+ax-2 < 2x^2-2x+2$

$\rightarrow 4x^2+(a-3)x+1>0 \quad (\forall x, x\in\mathbb{R})$

$\Delta<0 \rightarrow (a-3)^2-4\times4<0 \rightarrow (a-3)^2<16$

$-1<a<7$

$x^2-(a+2)x+4>0 \quad (\forall x, x\in\mathbb{R})$

$\Delta<0 \rightarrow (a+2)^2-4\times4<0$

$\rightarrow (a+2)^2<16 \quad -6<a<2$

$\rightarrow -1<a<2$

O conjunto-solução da inequação $\dfrac{1}{\log_2 x} - \dfrac{1}{\log_2 x - 1} < 1$ é:

~~(A) R~~
~~(B) $(0,\infty)$~~
~~(C) $(0,2) \cup (2,\infty)$~~
(D) $(1,2)$
~~(E)~~ $(0,1) \cup (2,\infty)$

$x>0 \;\; x\neq1, x\neq2$ e $y=\log_2 x$

$\frac{1}{y}-\frac{1}{y-1}-1<0 \rightarrow \frac{y-1-y(y-1)}{y(y-1)}<0$

$\frac{-y^2+y-1}{y(y-1)}<0 \quad y(y-1)>0 \quad y<0$ ou $y>1$

$0<x<1$ ou $x>2$

Uma pessoa percorre 44 km, uma parte correndo (com velocidade 10 km/h) e outra parte andando (com velocidade de 5 km/h). Durante quanto tempo ela correu? Sabe-se que se ela tivesse caminhado durante o tempo que correu e corrido durante o tempo que caminhou, ela teria percorrido 46 km.

(A) 2h
(B) 2h12min
(C) 2h24min
(D) 2h36min
~~(E)~~ 2h48min

$10t_1+5t_2=44$

$5t_1+10t_2=46$

$(-) \rightarrow 15t_1=42 \rightarrow t_1=\frac{14}{5}\text{ h} = 2\text{h } 45\text{m}$

Se 70% da população gostam de samba, 75% de choro, 80% de bolero e 85% de rock, quantos por cento da população, no mínimo, gostam de samba, choro, bolero e rock?

(A) 5%
(B) 10%
(C) 20%
(D) 45%
(E) 70%

$n(S)=70 \rightarrow n(\bar S)=30$

$n(C)=75 \rightarrow n(\bar C)=25$

$n(B)=80 \rightarrow n(\bar B)=20$

$n(R)=85 \rightarrow n(\bar R)=15$

$n(\bar S\cup\bar C\cup\bar B\cup\bar R)\leq 90$

$n(\overline{\bar S\cup\bar C\cup\bar B\cup\bar R})\geq 10\%$

$n(S\cap C\cap B\cap R)\geq 10\%$

Se $f(x) = \log_3(2x-1)$ então $f^{-1}(x) =$

(A) $\dfrac{1}{\log_3(2x-1)}$

~~(B)~~ $\dfrac{3^x+1}{2}$

(C) $\dfrac{3^x-1}{2}$

(D) $\log_3 \dfrac{2-x}{x}$

(E) $\dfrac{2}{3^x+1}$

Seja $x \notin \{-1,0,1\}$. Se $f_1(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$ e $f_{n+1}(x) = f[f_n(x)]$ para todo n natural, então $f_{1988}(x) =$

(A) $\dfrac{x-3}{x+1}$

(B) x

(C) $\dfrac{x+3}{1-x}$

(D) $\dfrac{3-x}{x+1}$

(E) $\dfrac{x+3}{x-1}$

8. O valor de tg 20^o.tg 40^o.tg 80^o é:

(A) 1

(B) $\sqrt{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D) 2

(E) $2\sqrt{3}$

---

9. O número de soluções da equação $sen^3x + cos^3x = 1 - \frac{1}{2}$ sen 2x no intervalo $(0,2\pi)$ é:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

---

10. Numa pirâmide triangular V - ABC, a base ABC é um triângulo eqüilátero e as arestas VA, VB, VC formam um triedro tri-retângulo. A tangente do ângulo diedro formado por uma face lateral com a base é igual a:

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) 1

(D) $\sqrt{2}$

(E) $\sqrt{3}$

---

11. O ponto B pertence ao segmento $\overline{AC}$, dista 2 cm do ponto A e dista 1 cm do ponto C. O raio dum círculo que tangencia exteriormente os círculos de diâmetros $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ e tangencia internamente o círculo de diâmetro $\overline{AC}$ é:

(A) $\frac{1}{3}$ cm

(B) $\frac{2}{5}$ cm

(C) $\frac{3}{7}$ cm

(D) $\frac{4}{9}$ cm

(E) $\frac{5}{11}$ cm

---

12. São dados um círculo e um ponto P exterior ao círculo. Por P traçam-se duas secantes ao círculo, as quais cortam o círculo nos pontos A e B (A entre P e B) e C e D (C entre P e D). O ponto Q do círculo é tal que os arcos $\widehat{BQ}$ e $\widehat{QD}$ têm o mesmo sentido e medem 42^o e 38^o, respectivamente. A soma dos ângulos $A\hat{P}C$ e $A\hat{Q}C$ é:

(A) 80^o
(B) 62^o
(C) 46^o
(D) 40^o
(E) NRA

---

13. Que fração da área da terra pode ser vista por um observador situado a 20 km do solo? Suponha a terra esférica com raio 6 300 km:

(A) $\frac{1}{315}$

(B) $\frac{1}{628}$

(C) $\frac{1}{632}$

(D) $\frac{1}{6\,280}$

(E) $\frac{1}{6\,320}$

14. O raio do círculo inscrito no losango cujas diagonais medem 3 cm e 4 cm é:

(A) 0,6 cm
(B) 1 cm
(C) 1,2 cm
(D) 1,5 cm
(E) 2,4 cm

15. Um poliedro convexo é formado por 10 faces triangulares e 10 faces pentagonais. O número de diagonais desse poliedro é:

(A) 60
(B) 81
(C) 100
(D) 121
(E) 141

16. No intervalo $[-1,2]$, o menor valor e o maior valor da função $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ são, respectivamente:

(A) $-1{,}25$ e 5
(B) $-1{,}25$ e 1
(C) -1 e 1
(D) -1 e 5
(E) -2 e 5

$4x^3 - 6x$

17. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 1}\right] =$

(A) 0
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) ∞

18. $\sqrt{i} =$

(A) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$

(B) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$

(C) $\pm(1 + i)$

(D) $\pm(1 - i)$

(E) $\pm i$

19. A solução da equação abaixo

$$2^{6x+3} \cdot 4^{3x+6} = 8^{4x+5} \cdot 16^{2x+1}$$

pertence ao intervalo:

(A) $(-\infty, -1)$
(B) $(-1, 0)$
(C) $(0, 1)$
(D) $(1, 2)$
(E) $(2, \infty)$

20. O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^3 + 4x^2 - 5x$ pelo polinômio $Q(x) = x^2 + x$ é:

(A) $-8x$
(B) -8
(C) $-8x - 8$
(D) $8x$
(E) 8

21. A distância entre os planos $x + 2y - 2z + 1 = 0$ e $2x + 4y - 4z + 5 = 0$ é:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

22. O circuncentro do triângulo de vértices $A(2,6)$, $B(4,8)$ e $C(8,14)$ é o ponto:

(A) $(-15,25)$

(B) $(\frac{14}{3},\frac{28}{3})$

(C) $(44,-22)$

(D) $(-10,20)$

(E) $(5,9)$

---

23. Os vetores $2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $3\vec{i}+4\vec{j}+2\vec{k}$ e $a\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ são coplanares. Então $a =$

(A) 1

(B) $\frac{3}{2}$ $(2,2,-1)$

(C) 2 $(3,4,2)$

(D) $\frac{5}{2}$ $(a,2,3)$

(E) 3

---

24. O sistema de equações $\begin{cases} ax+2y+z=3 \\ x+2y+az=2 \\ 2x+y+z=b \end{cases}$ é indeterminado se e só se:

(A) ~~$a = 1$~~

(B) ~~$a = 1$ ou $a = 5$~~

(C) $a = 5$ e $b \neq \frac{11}{8}$

(D) ~~$a \neq 1$ e $a \neq 5$~~

(E) $a = 5$ e $b = \frac{11}{8}$

---

25. A reta $y = mx + 3$ tangencia a elipse $x^2 + 4y^2 = 1$ se e só se:

(A) $m = \pm\frac{\sqrt{23}}{2}$ $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$

(B) $m = \pm\frac{\sqrt{29}}{2}$

(C) $m = \pm\frac{\sqrt{31}}{2}$

(D) $m = \pm\frac{\sqrt{33}}{2}$

(E) $m = \pm\frac{\sqrt{35}}{2}$