GRUPO IMPACTO

SISTEMA IMPACTO DE ENSINO

MATEMÁTICA

CONCURSO: EN

ANO 1984

Escola Naval 1984
Matemática

1984

1. Se $y = \dfrac{\sec x + \csc x}{1 + \operatorname{tg} x}$ e $\operatorname{sen} x = \dfrac{1}{5}$, o valor de y é:

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\pm\frac{5}{2}$

(C) ± 5 (D) 5

(E) 3

$\dfrac{\frac{1}{\cos}+\frac{1}{sen}}{1+\frac{sen}{\cos}} = \dfrac{\frac{sen+\cos}{sen\cos}}{\frac{\cos+sen}{\cos}} = \dfrac{1}{sen}$

2. O conjunto imagem da função $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - x^2}$ é:

$x = \pm 2$

(A) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

(B) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 2\}$

(C) $\{0\}$

(D) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \le -2 \text{ ou } x \ge 2\}$

(E) $\mathbb{R}_+$

3. O "termo geral" da progressão aritmética na qual a soma dos n primeiros termos é $n^2 + n\ \forall\, n \in \mathbb{N}$ é:

$\frac{(a_1+a_n)\cancel{n}}{2} = \cancel{n}(n+1)$

(A) $2n - 1$ (B) $2n$

(C) $3n - 1$ (D) $2n + 2$

(E) n

$a_1 + a_1 + (n-1)r = (n+1)\cdot 2$

$a_1 + a_n = 2n+2$

$a_1 = 2$

$a_1 = 2$

4. O valor de $(-i)^{100} + (1+i)(1-i) + i^3$ é:

(A) $1 + i$ (B) $3 + i$

(C) $1 - i$ (D) $-1 - i$

(E) $3 - i$

$1 + 1 + 1 - i = 3 - i$

5. Se o polinômio P(x) dividido por x − 2 deixa resto 6, dividido por x + 1 deixa resto 2 e dividido por x − 1 deixa resto 4, então o resto da divisão de P(x) por $(x - 2)(x + 1)(x - 1)$ é:

$R(x) = ax^2 + bx + c$

(A) $\frac{x^2}{3} + x + \frac{8}{3}$ (B) $x^2 - x - 8$

(C) 0 (D) 48

(E) $\frac{x^2}{2} + x + 1$

$R(2) = 4a + 2b + c = 6$

$R(-1) = a - b + c = 2$

$R(1) = a + b + c = 4$

$2b = 2 \to b = 1$

$4a + c = 4$

$a + c = 3$

$a = \frac{1}{3}$ $c = \frac{8}{3}$

6. A solução de $(x - 3)(-x^2 + 3x + 10) < 0$ é:

$(x-3)(x^2-3x-10) > 0$

(A) $-2 < x < 3$ ou $x > 5$

(B) $3 < x < 5$ ou $x < -2$

(C) $-2 < x < 5$

(D) $x > 6$

(E) $x < 3$

7. Se f(x) é uma função periódica de período T, podemos afirmar que:

(A) f(2x) não é uma função periódica;

(B) f(2x) é periódica de período 2T;

(C) $f(\frac{x}{3})$ é periódica de período $\frac{T}{3}$;

(D) f(2x) é periódica de período $\frac{T}{2}$;

(E) $f(\frac{x}{3})$ é periódica de período T.

8. O valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^x$ é:

$\left(\frac{x+1}{x+1} + \frac{-2}{x+1}\right)^x$

(A) e (B) 1

(C) $\sqrt{e}$ (D) ∞

(E) e^{-2}

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k$

9. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix}1&2&1\\1&3&3\\1&3&4\end{bmatrix}$,

então $(a.a^{-1} + A^t)^t$ é:

(A) $\begin{bmatrix}1&1&2\\3&4&2\\1&3&1\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}1&2&5\\1&3&7\\1&4&1\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}2&2&1\\1&4&3\\1&3&5\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}2&3&6\\1&4&7\\1&5&8\end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix}2&1&1\\2&4&3\\1&3&5\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1&1&1\\2&3&3\\1&3&4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2&1&1\\2&4&3\\1&3&5\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2&2&1\\1&4&3\\1&3&5\end{bmatrix}$

10. Num círculo de raio 6 cm, as cordas AB e BC são, respectivamente, o lado do quadrado e o lado do hexágono regular inscritos no círculo. A corda AC > AB mede então, em cm: $x^2 = 36 + 36 - 2\cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos -\frac{1}{2} = 72 + 36 = 108$

$x = 6\sqrt{3}$

(A) $6\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{2}\ (\sqrt{3} + 1)$

(C) $3\sqrt{3}\ (\sqrt{2} + 1)$ (D) 11

(E) $6\sqrt{6}$ $\cos 150 = \frac{-1}{2}$

11. Em qual dos intervalos abaixo podemos garantir a existência de uma única raiz da equação $x^3 - 3x^2 - 9x + 5 = 0$? $f(0) = 5$

(A) $]-1, \infty[$ (B) $]-2, -1[$ $f(-1) = 10$

(C) $]-3, 5[$ (D) $]-1, 0[$ $f(1) = 6 - 12 = -6$

(E) $]0,1[$

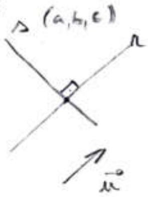
12. A reta $\underline{s}$, que passa pelo ponto $P(1, -2, 1)$, corta a reta $\underline{r}$ de equações $x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{3}$, e é perpendicular a $\underline{r}$, tem equações:

$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = 3t + 2 \end{cases}$ (a, b, c)

$\vec{u}\,(1, 2, 3)$

$(a, b, c) \cdot (1, 2, 3) =$

$= a + 2b + 3c = 0$



(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

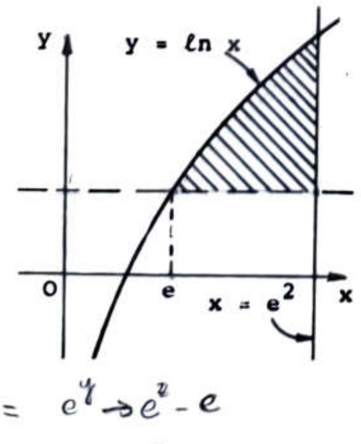
(C) $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + 3t \\ y = -1 + 3t \\ z = \frac{1}{2} - 3t \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

13. A área da superfície hachurada na figura é:

$\frac{1 \cdot 6}{2} = 3$ e^y



$e = 3$

$9 - 3 = 6$

$36 - 4 = 32$

$\int_1^2 e^y = e^y \to e^2 - e$

$e^2 - e^2 + e = e$

(A) 1 (B) e^2

(C) e (D) $\ln 2$

(E) e + 1

14. O conjunto solução da inequação: $x^{x^2} > x^{2x}$ com $x > 0$ e $x \neq 1$ é: se $0 < x < 1$ $0 < x < 1$

$x^2 < 2x$

$x^2 - 2x < 0$

se $x > 1$

$x^2 > 2x$

(A) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$

(B) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

(C) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}$

(D) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$

(E) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \text{ ou } x > 2\}$

15. As medidas dos lados de um triângulo $\underline{ABC}$ são 3 números inteiros e consecutivos e o ângulo maior $\underline{A}$ é o dobro do menor $\underline{C}$. Os lados deste triângulo são:

(A) 2, 3 e 4 (B) 3, 4 e 5

(C) 8, 9 e 10 (D) 4, 5 e 6

(E) 5, 6 e 7

Lados $x-1, x, x+1$

Lei dos cossenos

$\frac{x}{\operatorname{sen} C} = \frac{x+2}{\operatorname{sen} 2C}$

16. Se $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ e $\vec{a}$ forma com $\vec{b}$ um ângulo de $\frac{5\pi}{6}$ rad então $|(\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} - \vec{b})|$ vale: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \operatorname{sen}\theta$

(A) 30 (B) 60

(C) $60\sqrt{3}$ (D) 120

(E) $30\sqrt{3}$

17. A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ é 1024. O termo independente de $\underline{x}$ deste desenvolvimento é: $2^m = 1024$

$m = 10$

(A) − 1 (B) 405

(C) 504 (D) − 240

(E) 360 $T_{p+1} = \binom{10}{m}(3x^2)^{10-m}(-x^{-1/2})^m$

$20 - 2m - \frac{m}{2} = 0 \to m = 8$

$45 \cdot 9 = 405$

18. É dada uma função tal que:

I) $f(x) \cdot f(y) = f(x + y)$

II) $f(1) = 2$ e $f(\sqrt{2}) = 4$

Podemos concluir então, que $f(3 + \sqrt{2})$ é igual a:

(A) $(3 + \sqrt{2})^2$ (B) 16

(C) 24 (D) 32

(E) 64

$f(3+\sqrt{2}) = f(3) \cdot f(\sqrt{2}) = 4 f(3) = 32$

$f(2) = f^2(1) = 4$

$f(3) = f(2+1) = 4 \cdot 2 = 8$

GRUPO IMPACTO

SISTEMA IMPACTO DE ENSINO

MATEMÁTICA

CONCURSO: EN/AMAN

ANO: 1984

19. O menor valor de m que torna a reta, da família de retas de equação $2x - y + m = 0$, tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$, é:

$(x-3)^2+(y+1)^2 = 6+9+1 = 16$

$3, -1$

(A) $4\sqrt{5} - 7$ (B) $3 + \frac{8\sqrt{5}}{5}$

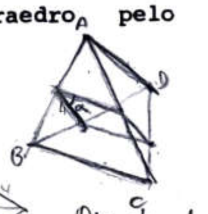
(C) $-1 - \frac{4\sqrt{5}}{5}$ (D) $-7 - 4\sqrt{5}$

(E) $-7 - 2\sqrt{5}$

$d = \frac{|6+1+m|}{\sqrt{4+1}} = 4$

$|m+7| = 4\sqrt{5}$ $m = 4\sqrt{5} - 7$

20. Considere o tetraedro regular ABCD de aresta 8 cm e o plano determinado pelos pontos M, médio de AB, N, médio de AC e P, médio de CD. A área da seção do tetraedro pelo plano considerado, é igual a:



(A) $8\sqrt{3}$ cm^2 (B) $8\sqrt{2}$ cm^2

(C) 16 cm^2 (D) 8 cm^2

(E) $16\sqrt{3}$ cm^2

Quadrado

21. É solução da equação $\text{sen } x = \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$:

(A) $(4K + 1)\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(B) $2K\pi - \frac{2\pi}{3}$

(C) $K\pi + \frac{\pi}{3}$

(D) $K\pi - \frac{\pi}{3}$

(E) $2K\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$2 \,\text{sen} \frac{x}{2} \cos\frac{x}{2} = \sqrt{3} \cos\frac{x}{2}$

$\cos\frac{x}{2} = 0 \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow x = \pi + 2k\pi$

$\text{sen}\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$x = \frac{2\pi}{3} + 4k\pi$

$\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} = \pi + 2k\pi$

$\frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

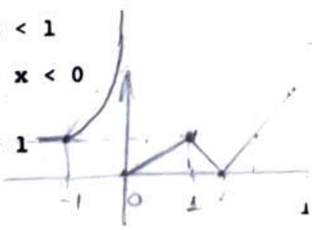
$x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi$

$\text{sen}\frac{x}{2} = \text{sen}\frac{\pi}{3}$

$\frac{x}{2} = k\pi + (-1)^k\frac{\pi}{3}$

$x = 2k\pi + (-1)^k\frac{2\pi}{3}$

22. Se $f(x) = \begin{cases} |x - 2| & \text{se } x \geq 1 \\ x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$ x^{-2}



tem-se que:

I) f(x) só não é derivável para x = - 1, $\boxed{x = 0}$ e $\boxed{x = 1}$.

II) f(x) só não é contínua para x = 0.

III) f(x) só não é derivável para x = - 1, x = 0, x = 1 e x = 2.

IV) f(x) é contínua em todo o seu domínio mas não é derivável para x = 1, x = 0 e x = - 1.

Pode-se concluir que:

(A) somente a afirmação I é falsa;

(B) todas as afirmações são verdadeiras;

(C) as afirmações II e III são verdadeiras;

(D) as afirmações I e III são falsas;

(E) somente a afirmação IV é verdadeira.

23. O valor de $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{2\sqrt{\text{sen } x + 3}} dx$ é:

$(\text{sen } x + 3)^{1/2}$

$2 - \sqrt{3}$

(A) $\sqrt{3}$ (B) 2

(C) $2 + \sqrt{3}$ (D) $4 - \sqrt{3}$

(E) $2 - \sqrt{3}$

24. Um triângulo retângulo de catetos 3 cm e 4 cm gira em torno de um eixo exterior ao triângulo, paralelo à hipotenusa e distante 1 cm. O volume do sólido gerado, em cm^3, é:

$5 \cdot h = 12$

$9 = 5 \cdot h$

$h = 1,8$

$5 - h = 3,2$

(A) $\frac{108\pi}{5}$ (B) $\frac{158\pi}{5}$

(C) 20π (D) 31π

(E) $\frac{128\pi}{5}$

$\frac{\pi h}{3}(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2) + \frac{\pi h'}{3}(r_3^2 + r_3r_4 + r_4^2) - \pi(\ldots)$

$\frac{\pi \cdot 9}{5 \cdot 3}(1 + 3,4 + 3,4^2) + \frac{\pi \cdot 16}{5 \cdot 3}(1 + 3,4 + 3,4^2) - 5\pi = 21,6\pi$

25. Considere todos os números inteiros com 4 algarismos significativos distintos. Quantos, destes números, têm a soma de seus algarismos par?

2P, 2I

4P — 24

4I — 120

I I P P

5 4 3 2 = 120

4 3 2 1

P → 4

I → 5

(A) 384 (B) 1104

(C) 1584 (D) 5904

(E) 3024

$C_4^2 \cdot C_5^2 \cdot 4! = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 =$ 1440 + 144 = 1584

60 · 24 = 240 + 120