

## Escola Naval 1983

### Matemática - Professor Gilson

01 - A expressão  $\sqrt{\frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$  com  $xy > 0$  é igual a:

(A)  $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$

(B)  $\sqrt[6]{\frac{y}{x}}$

(C)  $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

(D)  $\sqrt{\frac{x}{y}}$

(E)  $\sqrt{xy}$

02 - É raiz da equação  $\text{arc cot g}\left(\frac{1}{7x-1}\right) = \text{arc cos}\left(\frac{1}{2x+1}\right)$  o valor

(A)  $x = 3$

(B)  $x = 2/15$

(C)  $x = 1$

(D)  $x = 1/3$

(E)  $x = 1/5$

03 - A inversa da função

$f: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 1)$  é  $f^{-1}: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  onde:

$$x \rightarrow y = y = 1 - 2^{-x} \quad x \rightarrow y$$

(A)  $y = 1 - 2^{-x}$

(B)  $y = \log_2(1 - x)$

(C)  $y = -\frac{\ln(1-x)}{\ln 2}$

(D)  $y = \ln(1 - x) - \ln 2$

$$(E) y = \frac{\log_2(1-x)}{2}$$

04 - Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são as medidas dos lados opostos aos ângulos  $A$ ,  $B$  e  $C$  do triângulo  $ABC$ ,

então o determinante  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ \text{sen } A & \text{sen } B & \text{sen } C \end{vmatrix}$  é nulo,

(A) somente se  $a = b = c$ .

(B) somente se  $a^2 = b^2 = c^2$ .

(C) somente se  $a > b > c$ .

(D) somente se  $a = b$ .

(E) quaisquer sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

05 - Se  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < |x + 1|\}$  e  $N$  é o domínio da função  $f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x}}$ , então:

(A)  $C_N^M = (4, \infty)$

(B)  $M \cup N = \mathbb{R}_4$

(C)  $M \cap N = [0, 4]$

(D)  $M \cap N = \emptyset$

(E)  $M \cap N = (0, 4)$

06 - Se cada  $\theta$  real define a matriz  $T_\theta = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ , então o produto  $T_\alpha T_\beta$  é igual a:

(A)  $T_{\frac{\alpha+\beta}{2}}$

(B)  $T_{\alpha+\beta}$

(C)  $T_{2(\alpha-\beta)}$

(D)  $T_{\frac{\alpha-\beta}{2}}$

(E)  $T_{\alpha-\beta}$

07 - O menor valor natural de  $n$  para que  $\frac{n!}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} < \frac{1}{6^{2 \log_6 40}}$  é

- (A) 6
- (B) 1600
- (C) 40
- (D) 11
- (E) 9

08 - A derivada  $f'(1)$  da função  $f(x) = \log_2 x^3$  é:

- (A)  $\ln 2$
- (B) 0
- (C) 3
- (D)  $3 \ln 2$
- (E)  $\frac{3}{\ln 2}$

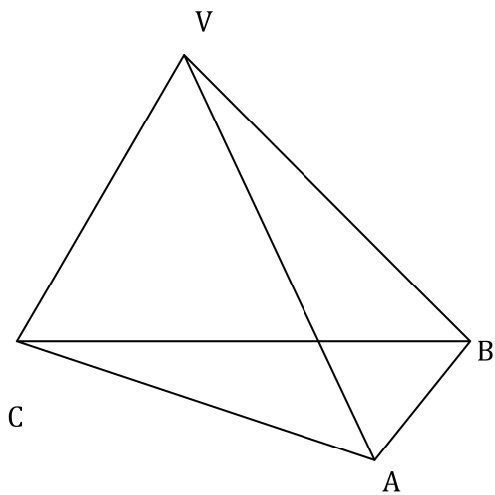
09 - No tetraedro  $VABC$  tem-se:

$VA = 4$  m;  $VB = 3$  m;  $AC = 5$  m;

$\angle AVB = 60^\circ$ ;  $\angle CAB = 90^\circ$ ;

A aresta  $AV$  forma com o plano  $ABC$  um ângulo de  $30^\circ$ .

O volume deste tetraedro, em  $m^3$ , é:



(A)  $\frac{5\sqrt{13}}{3}$

(B) 10

(C)  $5\sqrt{13}$

(D)  $\frac{50}{3}$

(E)  $\frac{10\sqrt{13}}{3}$

10 - A negativa da proposição  $(\forall x)(\forall y)(x + y < 2) \rightarrow (x \geq 0, y < 0)$  é:

(A)  $(\exists x)(\exists y)(x + y \geq 2 \rightarrow (x < 0 \vee y \geq 0))$

(B)  $(\exists x)(\exists y)(x + y < 2 \rightarrow (x < 0 \wedge y \geq 0))$

(C)  $(\exists x)(\exists y)(x + y < 2 \wedge (x < 0 \vee y \geq 0))$

(D)  $(\exists x)(\exists y)(x + y \geq 2 \rightarrow (x \geq 0 \wedge y \geq 0))$

(E)  $(\exists x)(\exists y)(x + y > 2 \wedge (x < 0 \vee y \geq 0))$

11 - O resto da divisão de  $P(x) = \sum_{j=1}^{40} (3j)(x + 1)^{40-j}$  por  $(x + 2)$  é igual a:

(A) 0

(B) 20

(C) 820

(D) 60

(E) - 30

12 -  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^{1/x^2}$  é igual a:

(A) e

(B)  $\sqrt{e}$

(C) 2

(D)  $e^2$

(E)  $\frac{1}{2}$

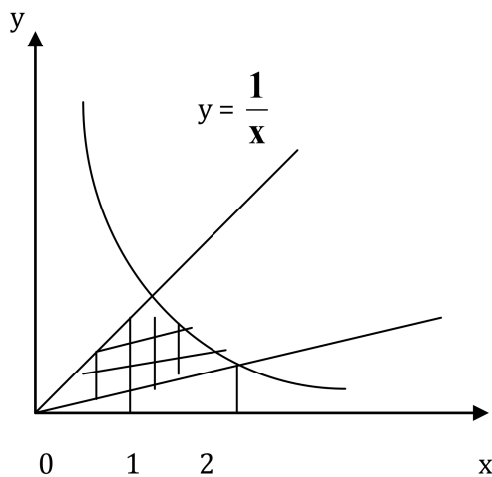
13 - Se  $a + b = \pi/4$ , então  $(1 + \operatorname{tg} a)$  é igual a:

- (A) 1
- (B) 2
- (C)  $\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$
- (D)  $2 \operatorname{tg} a + 2 \operatorname{tg} b$
- (E)  $2 + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$

14 - O menor valor inteiro e positivo de  $n$  que torna o complexo  $(\sqrt{3} - i)^n$  real e negativo é:

- (A) 8
- (B) 6
- (C) 10
- (D) 4
- (E) 5

15 - A área da região achurada na figura abaixo é igual a:



- (A) 2
- (B) 1
- (C)  $e^2$
- (D)  $1 + \ln 2$
- (E)  $\ln 2$

16 - Se  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = 0$ , a soma dos produtos escalares  $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$  é igual a:

- (A) 6
- (B) - 6
- (C) 5
- (D) - 5
- (E) 0

17 - O valor de  $\int_0^1 (1 - e^x)^2 e^x dx$  é:

- (A)  $\frac{(e-1)^3}{3}$
- (B)  $\frac{(1-e)^3}{3}$
- (C)  $(e - 1)^3$
- (D)  $(1 - e)^3$
- (E)  $(1 - e)^2 e$

18 - A equação  $x^3 - 4x^2 + mx + 16 = 0$  tem raízes a, b e c tais que  $a = b + c$ . O valor de  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  é:

- (A) 4
- (B) - 4
- (C) - 16
- (D)  $-\frac{1}{4}$
- (E)  $\frac{1}{2}$

19 – A equação da reta tangente à curva de equações paramétricas:

$$\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^3} \\ y = \frac{3+t}{2t^2} \end{cases}$$

no ponto correspondente a  $t = 1$  é:

- (A)  $10y - 7x = 6$
- (B)  $2y - 2x = 1$
- (C)  $10y + 7x = 6$
- (D)  $y = 10x - 7$
- (E)  $2x + 2y + 1 = 0$

20 – Um triângulo retângulo gira em torno de sua hipotenusa a gerando um sólido cujo volume mede  $\frac{\pi a^3}{48}$ . Se  $b$  e  $c$  são catetos do triângulo e  $b > c$ , então a razão  $\frac{a}{b}$  é:

- (A) 4
- (B)  $\sqrt{3}$
- (C) 2
- (D)  $2 + \sqrt{3}$
- (E)  $2 - \sqrt{3}$

21 – É solução do sistema  $\begin{cases} 4\text{sen}(x) \text{sen}(y) = 1 \\ 4 \cos(x) \cos(y) = 1 \end{cases}$

- (A)  $x = y = k\pi \pm \pi/3$
- (B)  $x = 2k\pi$  e  $y = 2k\pi \pm \pi/3$
- (C)  $x = y = k\pi \pm \pi/6$
- (D)  $x = y = k\pi \pm \pi/4$
- (E)  $x = y = k\pi \pm \pi/8$

22 - A área da superfície limitada pela curva de equação  $x^2 + y^2 - 4|y| = 0$  mede:

- (A)  $4\pi$
- (B)  $6\pi$
- (C) 4
- (D) 0
- (E)  $8\pi$

23 - O sistema abaixo admite soluções não triviais:

$$\begin{cases} \alpha X + Y + Z = 0 \\ X + \alpha Y + Z = 0 \\ X + Y + \alpha Z = 0 \end{cases}$$

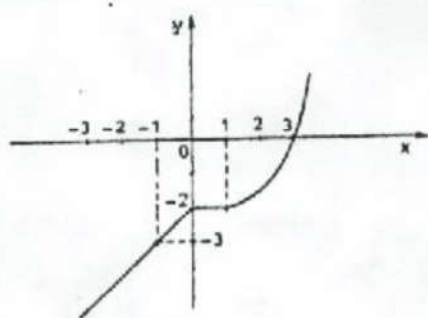
- (A) somente para  $\alpha = 1$ .
- (B) para três valores reais e distintos de  $\alpha$ .
- (C) para um valor real e dois valores complexos conjugados de  $\alpha$ .
- (D) para três valores reais de  $\alpha$ , dos quais somente dois distintos.
- (E) somente para valores naturais de  $\alpha$ .

24 - Considere num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, as elipses de equações  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  e  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ , sendo  $a > b$ . A alternativa que completa corretamente a sentença: "os pontos comuns às duas curvas..., é:

- (A) determinam apenas as retas  $y = x$  e  $y = -x$ ."
- (B) estão sobre a reta  $y = x$ ."
- (C) estão sobre a circunferência  $x^2 + y^2 = 2a^2b^2$ ."
- (D) determinam um quadrado de lados não paralelos aos eixos coordenados."
- (E) têm coordenadas verificando a equação  $y^2 - x^2 = 0$ .

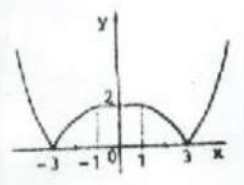


25 – A figura abaixo é a representação gráfica de uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

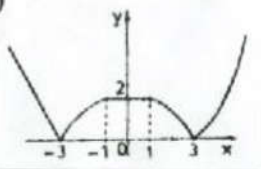


Dos gráficos abaixo, o que corresponde à função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $g(x) = |f(|x|)|$ , é o:

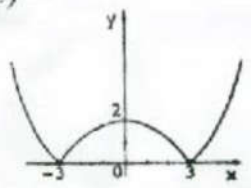
(A)



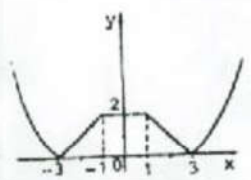
(B)



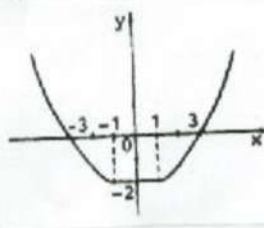
(C)



(D)



(E)



## Gabarito

01 - C

02 - D

03 - C

04 - E

05 - A

06 - B

07 - D

08 - E

09 - A

10 - C

11 - D

12 - B

13 - B

14 - B

15 - E

16 - B

17 - A

18 - D

19 - A

20 - D

21 - C

22 - E

23 - D

24 - E

25 - A