Escola Naval 1983
Matemática

EN - ESCOLA NAVAL

1983

1. A expressão $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$ com $xy > 0$ é igual a:

(A) $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$ (B) $\sqrt[6]{\frac{y}{x}}$

(C) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ (D) $\sqrt{\frac{x}{y}}$

(E) $\sqrt[3]{xy}$

2. É raiz da equação

$\text{arc cot } \frac{1}{7x - 1} = \text{arc cos } \frac{1}{2x + 1}$, o valor :

(A) $x = 3$ (B) $x = \frac{2}{15}$

(C) $x = 1$ (D) $x = \frac{1}{3}$

(E) $x = 0{,}2$

3. A inversa da função:

$f : \mathbb{R} \to (-\infty, 1)$ é $f^{-1} : (-\infty, 1) \to \mathbb{R}$

$x \to y = 1 - 2^{-x}$ $\qquad x \to y$

onde:

(A) $y = 1 - 2^{-x}$

(B) $y = \log_2(1 - x)$

(C) $y = \frac{-\ln(1 - x)}{\ln 2}$

(D) $y = \ln(1 - x) - \ln 2$

(E) $y = \frac{\log_2(1 - x)}{2}$

4. Se $\underline{a}$, $\underline{b}$ e $\underline{c}$ são as medidas dos lados opostos aos ângulos $\underline{A}$, $\underline{B}$ e $\underline{C}$ do triângulo ABC, então o determinante:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ \text{sen } A & \text{sen } B & \text{sen } C \end{vmatrix} \text{ é NULO:}$$

(A) somente se $a = b = c$;
(B) somente se $a^2 = b^2 + c^2$;
(C) somente se $a > b > c$;
(D) somente se $a = b$;
(E) quaisquer que sejam $\underline{a}$, $\underline{b}$ e $\underline{c}$.

5. Se $M = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < |x + 1|\}$ e N é o domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{4 - x}{x}}$, então:

(A) $C_M^N = (4, \infty)$ $\qquad M =]0, +\infty[$

$\qquad N = \qquad 0 < x \leq 4$

(B) $M \cup N = \mathbb{R}_+$

(C) $M \cap N = [0, 4]$

(D) $M \cap N = \phi$ $\qquad M \cap N =]0, 4]$

(E) $M \cap N = (1, 4)$

6. Se cada $\underline{\theta}$ real define a matriz:

$T_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen }\theta \\ \text{sen }\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ então, o produto $T_\alpha \cdot T_\beta$ é igual a:

(A) $T_{\frac{\alpha + \beta}{2}}$ (B) $T_{\alpha + \beta}$

(C) $T_{2(\alpha - \beta)}$ (D) $T_{\frac{\alpha - \beta}{2}}$

(E) $T_{\alpha - \beta}$

7. O menor valor natural de $\underline{n}$ para o qual se tem $\frac{n!}{2.4.6.\ldots.(2n)} < \frac{1}{6^{2\log_6 40}}$ é:

(A) 6 (B) 1600
(C) 40 (D) 11
(E) 9

8. A derivada f'(1) da função $f(x) = \log_2 x^3$ é:

$f(x) = \frac{3 \ln x}{\ln 2}$

(A) $\ln 2$ (B) 0

(C) 3 (D) $3 \ln 2$

(E) $3/\ln 2$

$= \frac{3}{\ln 2} \cdot \frac{1}{x}$

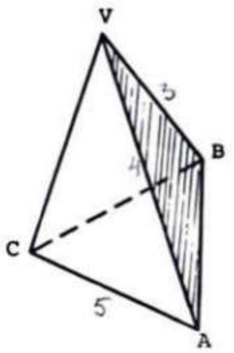
9. No tetraedro V ABC tem-se:

VA = 4 m; VB = 3 m; AC = 5 m;

$\widehat{AVB} = 60^\circ$; $\widehat{CAB} = 90^\circ$;

a aresta AV forma com o plano ABC um ângulo de 30°.

O volume deste tetraedro em m^3 é:



(A) $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ (B) 10

(C) $5\sqrt{13}$ (D) $\frac{50}{3}$

(E) $\frac{10\sqrt{13}}{3}$

$p \to q \equiv \bar{p} \vee q$

$\overline{p \to q} \equiv p \wedge \bar{q}$

10. A negativa da proposição

$(\forall x)(\forall y)\ (x + y < 2 \to (x \geq 0 \vee y < 0))$ é:

F (A) $(\exists x)\ (\forall y)\ (x + y \geq 2 \to (x < 0 \vee y \geq 0))$

(B) $(\exists x)\ (\exists y)\ (x + y < 2 \to (x < 0 \wedge y \geq 0))$

(C) $(\exists x)\ (\exists y)\ (x + y < 2 \wedge (x < 0 \wedge y \geq 0))$

F (D) $(\forall x)\ (\exists y)\ (x + y \geq 2) \to (x \geq 0 \wedge y \geq 0))$

F (E) $(\exists x)\ (\exists y)\ (x + y \geq 2) \wedge (x < 0 \vee y \geq 0))$

11. O resto da divisão de

$P(x) = \sum_{j=1}^{40} (3j)\ (x + 1)^{40-j}$ por $(x + 2)$ é igual a:

$P(-2)$

(A) 0 (B) 20

(C) 820 (D) 60

(E) -30

$\to \sum_{j=1}^{40} (3j)(-2+1)^{40-j}$

12. $\lim_{x \to 0} (\sec x)^{1/x^2}$ é igual a:

$\frac{1}{(\cos x)^{1/x^2}}$

(A) e (B) $\sqrt{e}$

(C) 2 (D) e^2

(E) 1/2

13. Se $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ então $(1 + tg\alpha)\cdot(1 + tg\beta)$ é igual a:

$1 + tg\alpha + tg\beta + tg\alpha\, tg\beta$

$\frac{\quad}{1 - tg\alpha\, tg\beta}$

(A) 1

(B) 2

(C) $tg\alpha\ tg\beta$

(D) $2\ tg\alpha + 2\ tg\beta$

(E) $2 + tg\alpha\ tg\beta$

14. O menor valor inteiro e positivo de $\underline{n}$ que torna o complexo $(\sqrt{3} - i)^n$ real e negativo é:

$\left(2 \operatorname{cis} \frac{11\pi}{6}\right)^n$

(A) 8 (B) 6

(C) 10 (D) 4

(E) 5

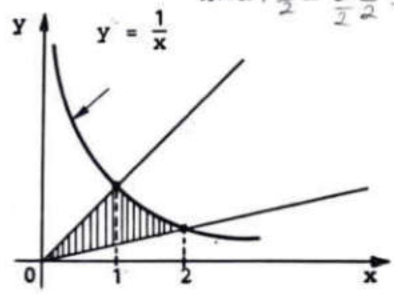
$2^n \operatorname{cis} \frac{11 n \pi}{6}$

π

15. A área da região hachurada na figura abaixo é igual a:

$\ln x \to \ln 2 - \underbrace{\ln 1}_{0}$

$\ln 2 + \frac{1}{2} - \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \ln 2$



(A) 2 (B) 1

(C) e^2 (D) $1 + \ln 2$

(E) $\ln 2$

16. Se $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = \sqrt{3}$, $|\vec{w}| = \sqrt{5}$, a soma de produtos escalares $\vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w} + \vec{v}.\vec{w}$ é igual a:

$(u + v + w)(u + v + w) = 0$

$\underbrace{uu}_{4} + uv + uw + vu + \underbrace{vv}_{3} + vw + wu + wv + \underbrace{ww}_{5} = 0$

(A) 6 (B) -6

(C) 5 (D) -5

(E) 0

-12

-6

17. O valor de $\int_0^1 (1 - e^x)^2 \cdot e^x\, dx$ é:

(A) $\frac{(e - 1)^3}{3}$ (B) $\frac{(1 - e)^3}{3}$

(C) $(e - 1)^3$ (D) $(1 - e)^3$

(E) $(1 - e)^2 . e$

$-\frac{(1-e^x)^3}{3} \to -\frac{(1-e)^3}{3}$

$\frac{(e-1)^3}{3}$

18. A equação $x^3 - 4x^2 + mx + 16 = 0$, tem raízes $\underline{a}$, $\underline{b}$ e $\underline{c}$ tais que $a = b + c$. O valor de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{b}{ac}$ é:

$a = 2$
$b + c = 2$
$b \cdot c = -8$
$b = 4$
$c = -2$

(A) 4 (B) − 4
(C) − 16 (D) −1/4
(E) 1/2

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{4}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} - \frac{4}{4} = -\frac{1}{4}$

19. A equação da reta tangente à curva de equações paramétricas:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1 + t}{t^3} = \dfrac{2+2t}{2t^3} \\ y = \dfrac{3 + t}{2t^2} = \dfrac{3t+t^2}{2t^3} \end{cases} \qquad \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx}$$

$\frac{2+2t}{x} = \frac{3t+t^2}{y}$

no ponto correspondente a $t = 1$ é:

(A) $10y - 7x = 6$ (B) $2y - 2x = 1$
(C) $10y + 7x = 6$ (D) $y = 10x - 7$
(E) $2x + 2y + 1 = 0$

20. Um triângulo retângulo gira em torno de sua hipotenusa $\underline{a}$ gerando um sólido cujo volume mede $\frac{\pi a^3}{48}$. Se $\underline{b}$ e $\underline{c}$ são catetos do triângulo e $b > c$ então a razão $\frac{b}{c}$ é:

$ah = bc$

(A) 4 (B) $\sqrt{3}$
(C) 2 (D) $2 + \sqrt{3}$
(E) $2 - \sqrt{3}$

$V = \frac{\pi h^2 m + \pi h^2 n}{3} = \frac{\pi h^2 (m+n)}{3} = \frac{\pi a^3}{48}$

$h^2 = \frac{a^2}{16}$ $h = \frac{a}{4}$ $bc = \frac{a^2}{4}$

21. É solução do sistema $\begin{cases} 4 \text{ senx} \cdot \text{seny} = 1 \\ 4 \cos x \cdot \cos y = 3 \end{cases}$:

(A) $x = y = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ $\cos(a-b) - \cos(a+b) = \frac{1}{2}$
(B) $x = 2k\pi$ e $y = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ $\cos(a-b) + \cos(a+b) = \frac{3}{2}$
(C) $x = y = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ $2\cos(x-y) = 2 \to x - y = 2k\pi$
$2\cos(x+y) = 1 \to x + y = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
(D) $x = y = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (c) $\to x+y = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
(E) $x = y = k\pi \pm \frac{\pi}{8}$ $x - y = 0$

22. A área da superfície limitada pela curva de equação $x^2 + y^2 - 4|y| = 0$ mede:

(A) 4π (B) 6π
(C) 4 (D) 0
(E) 8π

23. O sistema $\begin{cases} \alpha x + y + z = 0 \\ x + \alpha y + z = 0 \\ x + y + \alpha z = 0 \end{cases}$ admite soluções não triviais:

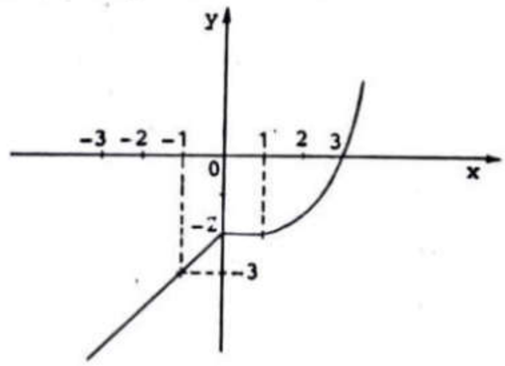
$\alpha^3 + 2 - 3\alpha = 0$
$\alpha = 1$
$\alpha = 1$
$\alpha = -2$

(A) somente para $\alpha = 1$;
(B) para três valores reais e distintos de α;
(C) para um valor real e dois valores complexos conjugados de α;
(D) para 3 valores reais de $\underline{\alpha}$, dos quais somente 2 distintos;
(E) somente para valores naturais de α.

24. Considere num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, as elipses de equações $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ e $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, sendo $a > b$. A alternativa que completa corretamente a sentença: "os pontos comuns às duas curvas dadas ....., é

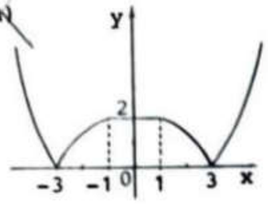
(A) determinam apenas as retas $y = x$ e $y = -x$." (F) 4 pontos determinam 6 retas
(B) estão sobre a reta $y = x$." (F)
(C) estão sobre a circunferência $x^2 + y^2 = 2a^2b^2$." (F) $\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}$
(D) determinam um quadrado de lados não paralelos aos eixos coordenados." F
(E) têm coordenadas verificando a equação $y^2 - x^2 = 0$." $y^2 = x^2 = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

25. A figura abaixo é a representação gráfica de uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

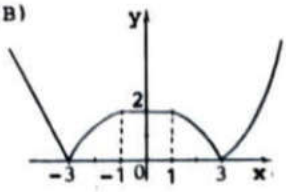


Dos gráficos abaixo, o que corresponde à função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = |f(|x|)|$, é o:

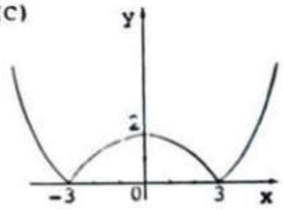
(A)



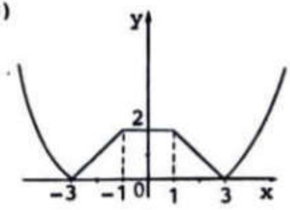
(B)



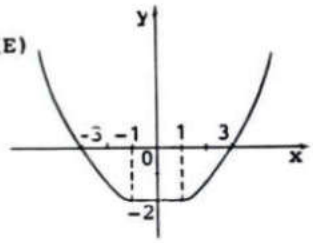
(C)



(D)



(E)



O GABARITO

É o seguinte o gabarito oficial da prova de Matemática da Escola Naval, publicada na Ficha do Vestibular para exercicios de todos os vestibulares: 1—C; 2—D; 3—C; 4—E; 5—A; 6—B; 7—D; 8—E; 9—A; 10—C; 11—D; 12—B; 13—B; 14—B; 15—E; 16—B; 17—A; 18—D; 19—A; 20—D; 21—C; 22—E; 23—D; 24—E; e 25—A.