

**Escola Naval 1952**  
**Prova de Matemática (Concurso de admissão: 13 e 14/3/1952)**

**01. (EN 1952)** O logaritmo neperiano de  $e^{-5}$  é igual a \_\_\_\_\_. (mostre)

**02. (EN 1952)** Se o número de permutações de  $m$  objetos é 24, quantos arranjos se podem formar tomando esses  $m$  objetos 2 a 2?

**03. (EN 1952)** Represente graficamente a função abaixo:

$$y = e^{(-2x^2)}$$

**04. (EN 1952)** Estude a descontinuidade da função seguinte:

$$y = \frac{2x - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

**05. (EN 1952)** Estude a continuidade e as descontinuidades da função  $y = \frac{2|x|}{x}$ .

**06. (EN 1952)** Qual a inclinação da curva  $y = 10^x$  no ponto  $x = 2$ ?

**07. (EN 1952)** Se  $f'(a) = -1$ , qual é a inclinação da curva representativa de  $y = f(x)$  no ponto de abscissa  $x = a$ ?

**08. (EN 1952)** Dê o valor de  $m$  no polinômio  $x^3 - 2x^2 + mx - 1$  para que o resto de sua divisão por  $x + 1$  seja  $-1$ .

**09. (EN 1952)** Resolva a equação  $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$  sabendo que uma das raízes é igual à soma das duas outras.

**10. (EN 1952?)** Achar os valores de  $p$  e  $q$  de modo que a equação

$$x^4 - 2x^3 + px + q = 0$$

tenha as raízes recíprocas e depois resolvê-la.

**11. (EN 1952)** Qual a expressão do volume do tetraedro regular em função da aresta?

**12. (EN 1952)** Qual a relação entre o volume da esfera e o do cilindro a ela circunscrito?

**13. (EN 1952)** Um círculo circunscrito a um hexágono regular de raio igual a  $R$  gira em torno de um diâmetro que passa por dois vértices do hexágono. Estabelecer a relação entre os volumes gerados pelo círculo e pelo hexágono.

**14. (EN 1952)** Responda aos itens abaixo:

**a)** Cite um arco cômruo a  $\frac{\pi}{10}$  módulo  $2\pi$ .

**b)** Se  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , qual a variação da  $\cot x$ ?

**c)** Se  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , qual a variação da  $\sec x$ ?

**d)** Dê a expressão geral dos arcos que satisfazem à equação  $\cos x = 0$ .

**15. (EN 1952)** Reduza ao primeiro quadrante  $\operatorname{cosec} 480^\circ$ .

**16. (EN 1952)** Sabendo que o lado do decágono regular inscrito numa circunferência é  $\frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1)$  determine  $\operatorname{sen} \frac{\pi}{10}$ .

**17. (EN 1952)** Sendo  $\operatorname{tg} x = -1$ , qual a determinação de  $x$  no quarto quadrante?

**18. (EN 1952)** Calcule  $\cos 15^\circ$  usando uma fórmula de co-seno de diferença de arcos.

**19. (EN 1952)** Sendo  $\operatorname{sen} a = \frac{1}{2}$  e  $\cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , determine  $\cos(a + b)$  e a expressão geral dos arcos  $(a + b)$ .

( $a$  e  $b$  são necessariamente do primeiro quadrante)

**20. (EN 1952)** Determinar  $\cos \frac{A}{2}$  sabendo que  $A$  é um arco do quarto quadrante e que  $\cos A = \frac{3}{5}$ .

**21. (EN 1952)** Torne logarítmica a expressão  $\operatorname{sen} 20^\circ - \operatorname{sen} 15^\circ$ .

**22. (EN 1952)** Resolver:  $\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x = 2$ .

**23. (EN 1952)** Resolver a equação trigonométrica:  $\operatorname{sen} x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

**24. (EN 1952)** (Para um triângulo) São dados:

$A = 30^\circ 20' 15''$ ,  $B = 70^\circ 05' 30''$ ,  $a = 1230$  m

calcule o lado  $b$ .

**25. (EN 1952)** Responda:

Em algum caso de resolução de triângulos é possível haver duas soluções? Quais os elementos dados?

**26. (EN 1952)** Que representa a equação  $y = 3x$ ?

Resposta: Reta passando pela origem do sistema.

**27. (EN 1952)** Determinar a equação de uma reta que passa pelo centro do círculo cuja equação é  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  e é perpendicular à reta  $3x - 2y + 7 = 0$ .

## Respostas

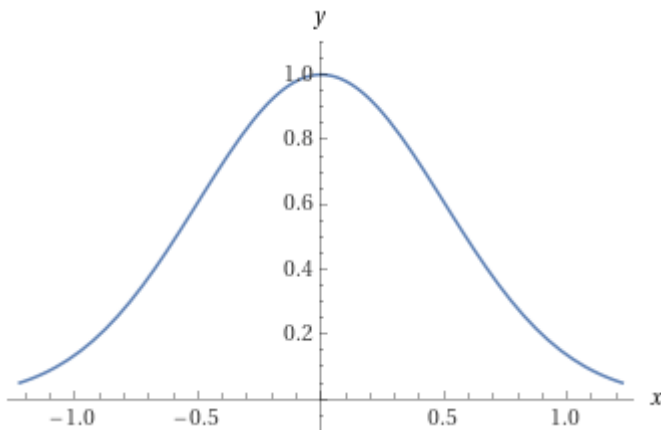
**01.** Resposta: -5.

$$\ln e^{-5} = -5 \ln e$$

$$\text{Mas, } \ln e = 1 \therefore \ln e^{-5} = -5 \times 1 = -5$$

**02.** Resposta: 12.

**03.** Resposta:



**04.** Resposta:

É descontínua para  $x = 1$  e  $x = 2$ .

**05.** Resposta:

É contínua em todo campo real menos no ponto  $x = 0$ , onde  $x = 0$  é ponto de descontinuidade, pois os limites laterais da função são diferentes.

**06.** Resposta:  $89^\circ 45'$ .

**07.** Resposta:  $135^\circ$ .

**08.** Resposta:  $m = -3$ .

**09.** Resposta:  $-3, 1$  e  $4$ .

**10.** Resposta:

Se for de primeira classe :  $p = -2$  e  $q = 1$

$$\text{Raízes : } \frac{1 + \sqrt{3} \pm \sqrt{2\sqrt{3}}}{2} \text{ e } \frac{1 - \sqrt{2} \pm \sqrt{-2\sqrt{3}}}{2}.$$

Se for de segunda classe :  $p = 2$  e  $q = -1$

Raízes :  $1, 1, 1$  e  $-1$ .

**11.** Resposta:  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$ .

**12.** Resposta:  $\frac{2}{3}$ .

**13.** Resposta:  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ .

**14.** Respostas:

a)  $\frac{21\pi}{10}$

b)  $+\infty$  a zero

c)  $-\infty$  a  $-1$

d)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$

**15.** Resposta:

Dividindo  $480^\circ$  por  $360^\circ$  obtemos quociente 1 e resto  $120^\circ$ . Então,

$$480^\circ = 1 \times 360^\circ + 120^\circ$$

$$\therefore \operatorname{cosec} 480^\circ = \operatorname{cosec} 120^\circ = +\operatorname{cosec}(180^\circ - 120^\circ) = \operatorname{cosec} 60^\circ$$

**16.** Resposta:  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .

**17.** Resposta:  $315^\circ$ .

**18.** Resposta:

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

**19.** Resposta:  $\frac{1}{2}$  e  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ .

**20.** Resposta:

Tendo em conta que  $\frac{A}{2}$  é do segundo quadrante, pois A é do quarto, temos:

$$\cos \frac{A}{2} = -\sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**21.** Resposta:  $2\sin 2^\circ 30' \cos 17^\circ 30'$ .

**22.** Resposta:

Fazendo  $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3}$  e substituindo na equação dada, vem:

$$\sin x + \operatorname{tg} \varphi \cos x = 2$$

$$\therefore \sin x \cos \varphi + \sin \varphi \cos x = 2 \cos \varphi \quad \therefore \sin(x + \varphi) = 2 \cos \varphi$$

A partir de  $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3}$ , achamos  $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{3} = 60^\circ$  e  $\cos \varphi = \frac{1}{2}$ . Então,

$$\sin(x + 60^\circ) = 2 \times \frac{1}{2} = 1, \text{ a menor solução desta equação é } x + 60^\circ = 90^\circ$$

e a solução geral é  $x + 60^\circ = 360^\circ k + 90^\circ$

$$\therefore x = 360^\circ k + 30^\circ \quad \text{ou} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

**23.** Resposta:  $x = 180^\circ k + 22^\circ 30'$  e  $x = 180^\circ k + 67^\circ 30'$ .

**24.** Resposta: 1861,1 m.

**25.** Resposta:

Sim, dados a, b, A.

**26.** Resposta:

Reta passando pela origem do sistema.

**27.** Resposta:

1º) Centro da circunferência:  $x_0 = -\frac{-2}{2} = 1; y_0 = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow C(1, -2)$

2º) Reta passando por C:  $y + 2 = a(x - 1)$

3º) Coeficiente angular de  $3x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$

4º) Condição de perpendicularismo:  $a = -\frac{1}{m} = -\frac{2}{3}$

5º) Reta pedida:  $2x + 3y + 4 = 0$

**Fonte:**

Questões e Respostas retiradas do livro "Curso de Matemática" de Manoel Jairo Bezerra – Companhia Editora Nacional; São Paulo – 24ª Edição – 1969.